Getal & Ruimte

Uitwerkingen

2 vwo deel 2

Dertiende editie, 2023

Noordhoff Groningen

Auteurs

J. H. Dijkhuis
G. de Jong
H. J. Houwing
J. D. Kuis
F. ten Klooster
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. H. M. Liesting-Maas
M. Wieringa
R. D. Hiele
J. E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
M. Vos
J. M. M. van Haren
B. W. van Laarhoven
R. Meijerink
E. Terlaak

Inhoud

5 Kwadraten en wortels

Voorkennis Kwadraten

Bladzijde 10

1
a $7^2 = 49$
b $(-7)^2 = 49$
c $-7^2 = -49$
d $6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54$
e $-2 \cdot 9^2 = -2 \cdot 81 = -162$
f $(5 \cdot -2)^2 = (-10)^2 = 100$
g $-3 \cdot (-1)^2 = -3 \cdot 1 = -3$
h $9 \cdot -2^2 = 9 \cdot -4 = -36$
i $-2 \cdot -8^2 = -2 \cdot -64 = 128$

2
a $5 \cdot 2^2 + 8 = 5 \cdot 4 + 8 = 20 + 8 = 28$
b $5 \cdot (2^2 + 8) = 5 \cdot (4 + 8) = 5 \cdot 12 = 60$
c $(5 \cdot 2)^2 + 8 = 10^2 + 8 = 100 + 8 = 108$
d $-3^2 - (-1)^2 = -9 - 1 = -10$
e $-2 \cdot 4^2 - (-5)^2 = -2 \cdot 16 - 25 = -32 - 25 = -57$
f $3^2 - (5 - 4^2) = 9 - (5 - 16) = 9 - -11 = 9 + 11 = 20$
g $2 \cdot 12^2 - 3 \cdot 9^2 = 2 \cdot 144 - 3 \cdot 81 = 288 - 243 = 45$
h $-2 \cdot 8^2 + (-3)^2 = -2 \cdot 64 + 9 = -128 + 9 = -119$
i $3 \cdot (5 - 7)^2 - (-2)^2 = 3 \cdot (-2)^2 - 4 = 3 \cdot 4 - 4 = 12 - 4 = 8$

3
a $x = 3$ geeft $y = 2 \cdot 3^2 - 5 = 2 \cdot 9 - 5 = 18 - 5 = 13$
b $x = 0$ geeft $y = 2 \cdot 0^2 - 5 = 2 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$
c $x = -4$ geeft $y = 2 \cdot (-4)^2 - 5 = 2 \cdot 16 - 5 = 32 - 5 = 27$

4
a $x = 5$ geeft $y = -3 \cdot 5^2 + 20 = -3 \cdot 25 + 20 = -75 + 20 = -55$
b $x = 0$ geeft $y = -3 \cdot 0^2 + 20 = -3 \cdot 0 + 20 = 0 + 20 = 20$
c $x = -3$ geeft $y = -3 \cdot (-3)^2 + 20 = -3 \cdot 9 + 20 = -27 + 20 = -7$

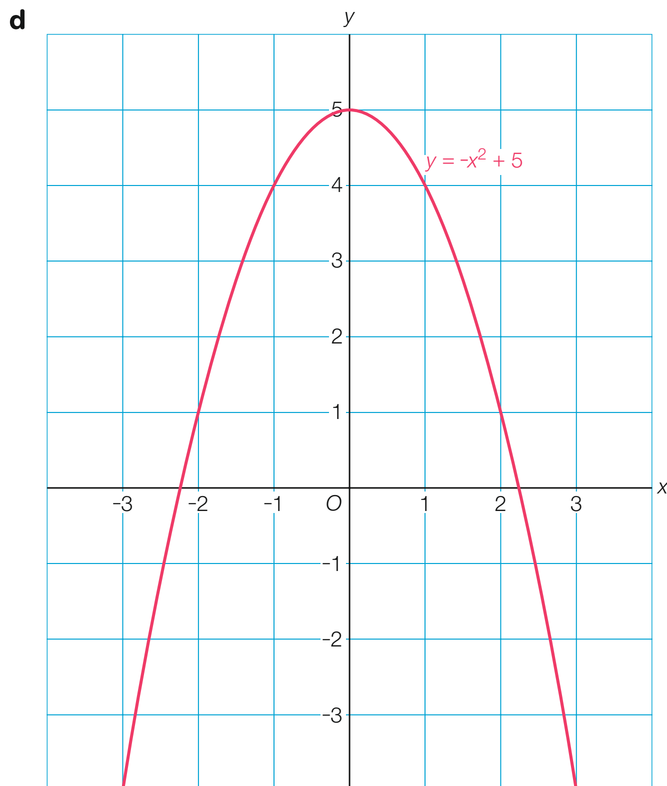
5.1 De formule $y = ax^2 + b$

Bladzijde 11

1
a $x = 3$ geeft $y = -3^2 + 5 = -9 + 5 = -4$
b $x = -3$ geeft $y = -(-3)^2 + 5 = -9 + 5 = -4$
c

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	1	4	5	4	1	-4

d



e De grafiek heeft een hoogste punt.

f $a = -1$ en $b = 5$

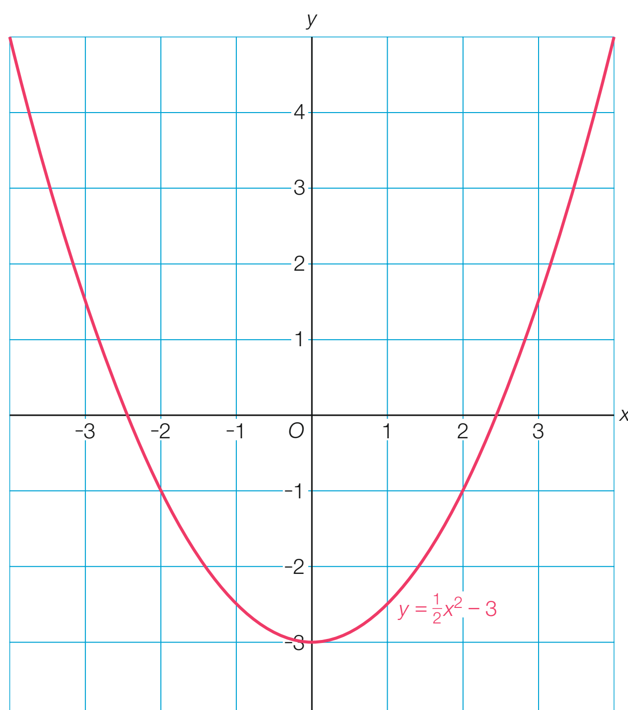
Bladzijde 12

2 $a = 0$ geeft $y = 0 \cdot x^2 + b$ oftewel $y = b$.
De grafiek die hierbij hoort is een horizontale lijn.

3 **a** $\frac{1}{2} > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.

b

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$1\frac{1}{2}$	-1	$-2\frac{1}{2}$	-3	$-2\frac{1}{2}$	-1	$1\frac{1}{2}$



c $x = 10$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot 10^2 - 3 = \frac{1}{2} \cdot 100 - 3 = 50 - 3 = 47$
Dus de y-coördinaat van A is 47.

d $x = -8$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot (-8)^2 - 3 = \frac{1}{2} \cdot 64 - 3 = 32 - 3 = 29 \neq -35$
Dus B ligt niet op de parabool.

Bladzijde 13

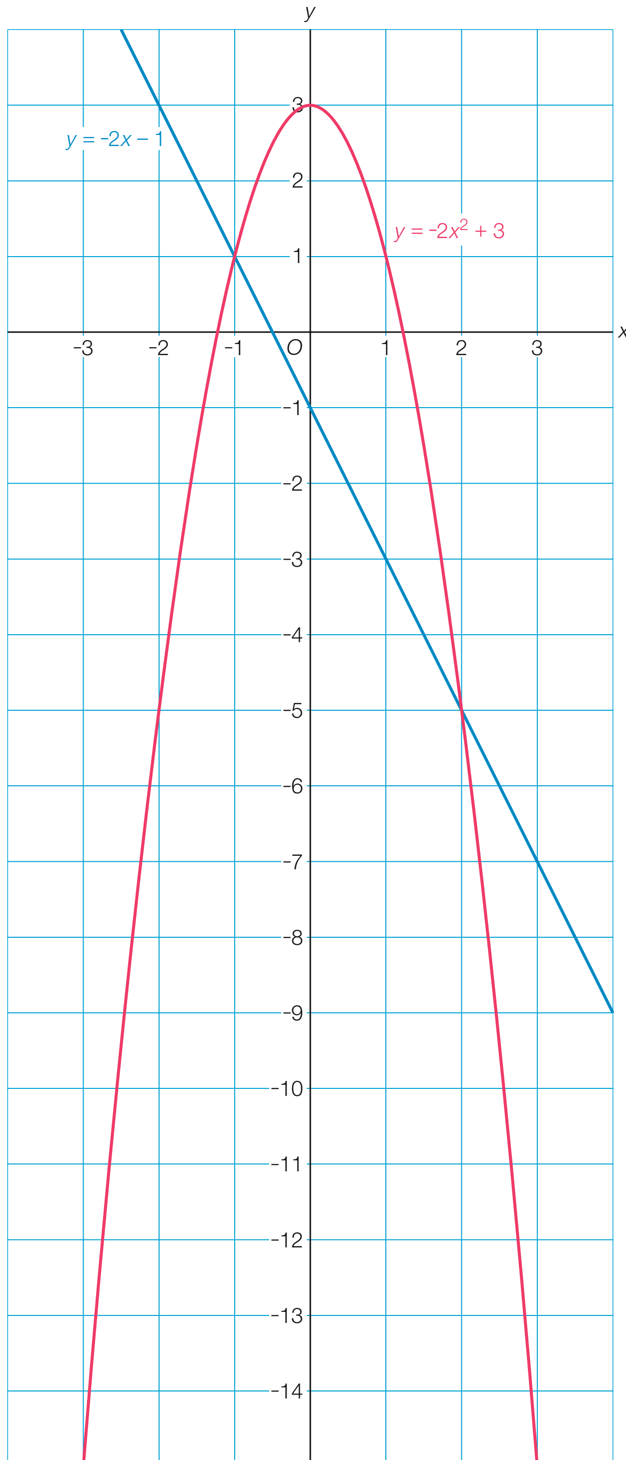
4 **a** De grafiek van $y = -2x^2 + 3$ is een parabool.
De grafiek van $y = -2x - 1$ is een lijn.

b $y = -2x^2 + 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-15	-5	1	3	1	-5	-15

$y = -2x - 1$

x	0	2
y	-1	-5



c De snijpunten zijn $(-1, 1)$ en $(2, -5)$.

d $x = -12$ geeft $y = -2 \cdot (-12)^2 + 3 = -2 \cdot 144 + 3 = -288 + 3 = -285 \neq 285$
Dus P ligt niet op de parabool.

e $x = -12$ geeft $y = -2 \cdot -12 - 1 = 24 - 1 = 23 \neq 25$
Dus Q ligt niet op de lijn.

5 **a** groen $y = x^2$
rood $y = \frac{1}{2}x^2$
blauw $y = -x^2$
oranje $y = -\frac{1}{4}x^2$

b Bij II en III hoort een dalparabool.
Bij I en IV hoort een bergparabool.

6 **a** $\frac{1}{4} > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.

b $x = 0$ geeft $y = \frac{1}{4} \cdot 0^2 - 1 = \frac{1}{4} \cdot 0 - 1 = 0 - 1 = -1$, dus $A(0, -1)$.

c $x = 7$ geeft $y = \frac{1}{4} \cdot 7^2 - 1 = \frac{1}{4} \cdot 49 - 1 = 12\frac{1}{4} - 1 = 11\frac{1}{4}$

Dus B ligt op de parabool.

$x = -10$ geeft $y = \frac{1}{4} \cdot (-10)^2 - 1 = \frac{1}{4} \cdot 100 - 1 = 25 - 1 = 24 \neq -26$

Dus C ligt niet op de parabool.

$x = -8$ geeft $y = \frac{1}{4} \cdot (-8)^2 - 1 = \frac{1}{4} \cdot 64 - 1 = 16 - 1 = 15$

Dus D ligt op de parabool.

7 **a** De grafiek is een dalparabool, dus A is het laagste punt van de parabool.
b C ligt lager dan A, dus C kan niet op de parabool liggen.

8 **a** $x = -4$ en $y = p$ geeft $p = \frac{1}{4} \cdot (-4)^2 - 1 = \frac{1}{4} \cdot 16 - 1 = 4 - 1 = 3$.
b $x = 2$ en $y = 8$ geeft $a \cdot 2^2 = 8$
$4a = 8$
$a = 2$
c $x = -4$ en $y = 18$ geeft $-(-4)^2 + b = 18$
$-16 + b = 18$
$b = 34$

9 $y = 280$ geeft $2x^2 - 8 = 280$
$2x^2 = 288$
$x^2 = 144$
Dus x is 12 of -12.
Dus de afstand tussen de punten P en Q is $12 + 12 = 24$ cm.

Bladzijde 14

10 $x = 0$ en $y = 8$ geeft $a \cdot 0^2 + b = 8$
$b = 8$
Dus $y = ax^2 + 8$.
$x = -5$ en $y = -67$ geeft $a \cdot (-5)^2 + 8 = -67$
$25a + 8 = -67$
$25a = -75$
$a = -3$

11 De parabool gaat door het punt (0, 4).
$x = 0$ en $y = 4$ geeft $a \cdot 0^2 + b = 4$
$b = 4$
Dus $y = ax^2 + 4$.
De parabool gaat door het punt (1, 2).
$x = 1$ en $y = 2$ geeft $a \cdot 1^2 + 4 = 2$
$a + 4 = 2$
$a = -2$
Dus $y = -2x^2 + 4$.
$x = -8$ geeft $y = -2 \cdot (-8)^2 + 4 = -2 \cdot 64 + 4 = -128 + 4 = -124 \neq -120$
Dus A ligt niet op de parabool.

L1 **a** $-\frac{1}{2} < 0$, dus de grafiek van $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6$ is een bergparabool.
$0{,}1 > 0$, dus de grafiek van $y = 0{,}1x^2 - 3$ is een dalparabool.
b $x = 6$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot 6^2 + 6 = -\frac{1}{2} \cdot 36 + 6 = -18 + 6 = -12$
Dus A ligt op de parabool.
$x = -12$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot (-12)^2 + 6 = -\frac{1}{2} \cdot 144 + 6 = -72 + 6 = -66 \neq 78$
Dus B ligt niet op de parabool.

12 **a** $x = 0$ geeft $h = -0{,}125 \cdot 0^2 + 4 = 4$
Dus de grootste hoogte onder het viaduct is 4 meter.
b Als het viaduct 11 meter breed zou zijn, dan eindigt de rechterkant bij $x = 11 : 2 = 5{,}5$.
$x = 5{,}5$ geeft $h = -0{,}125 \cdot 5{,}5^2 + 4 = 0{,}21\ldots$
$0{,}21\ldots$ is groter dan 0, dus het viaduct is breder dan 11 meter.
c De vrachtwagen kan het best in het midden rijden.
Dan hoort bij de rechterkant van de vrachtwagen $x = 3 : 2 = 1{,}5$.
$x = 1{,}5$ geeft $h = -0{,}125 \cdot 1{,}5^2 + 4 = 3{,}71\ldots$
$3{,}71\ldots < 3{,}75$, dus de vrachtwagen kan niet onder het viaduct door rijden.

Bladzijde 15

13 **a** $x = 50$ geeft $h = 0{,}01 \cdot 50^2 + 7 = 32$
De pylonen zijn elk 32 meter hoog.
b $x = 0$ geeft $h = 0{,}01 \cdot 0^2 + 7 = 7$
Dus de weg bevindt zich 7 meter boven het wateroppervlak.
$45 : 2 = 22{,}5$
$x = 22{,}5$ geeft $h = 0{,}01 \cdot 22{,}5^2 + 7 = 12{,}0625$
Dus de lampjes hangen $12{,}0625 - 7 \approx 5{,}1$ meter boven de weg.
c $50 : 2 = 25$
$x = 25$ geeft $h = 0{,}01 \cdot 25^2 + 7 = 13{,}25$
De hangkabel heeft bij $x = 25$ een lengte van $13{,}25 - 7 = 6{,}25$ meter.
Verder weg van het midden van de brug neemt de lengte van de hangkabels toe.
8,5 meter is meer dan 6,25 meter, dus de afstand tussen de hangkabels is meer dan 50 meter.

14 **a** $500 : 2 = 250$
$x = 250$ en $h = 0$ geeft $-0{,}001\,84 \cdot 250^2 + b = 0$
$-115 + b = 0$
$b = 115$
b Het wegdek bevindt zich $115 - 60 = 55$ meter boven het wateroppervlak.
$350 : 2 = 175$
$x = 175$ geeft $h = -0{,}001\,84 \cdot 175^2 + 115 = 58{,}65$
Dus het gedeelte van het wegdek onder de onderste boog is langer dan 350 meter.
c Bij de voet van de brug hoort $x = 250$.
De bovenste boog bevindt zich hier op $55 + 5 = 60$ meter boven het wateroppervlak.
$x = 250$ en $h = 60$ geeft $a \cdot 250^2 + 135 = 60$
$62\,500a + 135 = 60$
$62\,500a = -75$
$a = -0{,}0012$

5.2 Wortels en wortelformules

Bladzijde 16

15 **a** Het kwadraat van 8 is 64, dus $\sqrt{64} = 8$.
b Het kwadraat van 12 is 144, dus $\sqrt{144} = 12$.

Bladzijde 17

16 **a** $\sqrt{36} - \sqrt{16} = 6 - 4 = 2$
b $\sqrt{49} + 9 = 7 + 9 = 16$
c $\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$
d $3\sqrt{49} - 2\sqrt{121} = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 11 = 21 - 22 = -1$
e $\sqrt{(13 - 5)^2} = \sqrt{8^2} = \sqrt{64} = 8$
f $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

17 **a** $\sqrt{400} - \sqrt{900} = 20 - 30 = -10$
b $\sqrt{9} \cdot \sqrt{16} - 9\sqrt{16} = 3 \cdot 4 - 9 \cdot 4 = 12 - 36 = -24$
c $3\sqrt{121} - 2\sqrt{(4 + 1)^2} = 3 \cdot 11 - 2\sqrt{5^2} = 33 - 2\sqrt{25} = 33 - 2 \cdot 5 = 33 - 10 = 23$
d $-5\sqrt{36} + 2\sqrt{81} = -5 \cdot 6 + 2 \cdot 9 = -30 + 18 = -12$
e $6\sqrt{13^2 - 12^2} = 6\sqrt{169 - 144} = 6\sqrt{25} = 6 \cdot 5 = 30$
f $6\sqrt{(13 - 12)^2} = 6\sqrt{1^2} = 6\sqrt{1} = 6 \cdot 1 = 6$

18 Een kubus heeft zes vierkante zijvlakken.
Elk zijvlak heeft een oppervlakte van 600 : 6 = 100 cm^2.
De ribben zijn $\sqrt{100} = 10$ cm lang, oftewel 1 dm.
Dus de inhoud van de kubus is $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ dm^3 = 1 liter.

19 **a** $(-3)^2 = 9$
Omdat $(-3)^2$ niet gelijk is aan −9, heeft Jan ongelijk.
b Een foutmelding.
c Omdat het kwadraat van een getal nooit negatief is.

20 **a** $\sqrt{49} = 7$
b $\sqrt{-49}$ kan niet
c $-\sqrt{49} = -7$
d $-\sqrt{-49}$ kan niet
e $\sqrt{-1 \cdot -49} = \sqrt{49} = 7$
f $-\sqrt{0} = 0$

21 **a** $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$
b $\sqrt{-7^2} = \sqrt{-49}$ kan niet
c $-\sqrt{7^2} = -\sqrt{49} = -7$
d $-\sqrt{-7^2} = -\sqrt{-49}$ kan niet
e $-\sqrt{(-7)^2} = -\sqrt{49} = -7$
f $\sqrt{-(7 - 7)^2} = \sqrt{-0^2} = \sqrt{0} = 0$
g $\sqrt{(-4)^2} \cdot \sqrt{(-9)^2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{81} = 4 \cdot 9 = 36$
h $-6\sqrt{(2 - 8)^2} = -6\sqrt{(-6)^2} = -6\sqrt{36} = -6 \cdot 6 = -36$
i $-\sqrt{-2 \cdot -32} = -\sqrt{64} = -8$

L2 **a** $\sqrt{16} - 7 = 4 - 7 = -3$
b $5\sqrt{100} = 5 \cdot 10 = 50$
c $\sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$
d $\sqrt{-25}$ kan niet
e $-\sqrt{25} = -5$
f $\sqrt{-1 \cdot -25} = \sqrt{25} = 5$

Bladzijde 18

22 **a** Vierkant *PQRS* bestaat uit vier hele en acht halve roostervierkanten van 1 bij 1 cm, dus de oppervlakte van vierkant *PQRS* is $4 \cdot 1 + 8 \cdot \frac{1}{2} = 8$ cm^2.
b $2{,}8^2 = 7{,}84$ en dat is niet gelijk aan 8, dus *PQ* is niet precies 2,8 cm.
c $2{,}82^2 = 7{,}9524$ en dat is niet gelijk aan 8, dus de lengte is niet precies 2,82 cm.
d Een betere schatting van *PQ* is 2,83, want $2{,}83^2 = 8{,}0089$ en dat ligt dichter bij 8 dan 7,9524.

23 **a** $\sqrt{17} \approx 4{,}123$
b $\sqrt{28} \approx 5{,}292$
c $\sqrt{62} \approx 7{,}874$
d $\sqrt{0{,}03} \approx 0{,}173$
e $\sqrt{1{,}82} \approx 1{,}349$
f $\sqrt{38\,759} \approx 196{,}873$

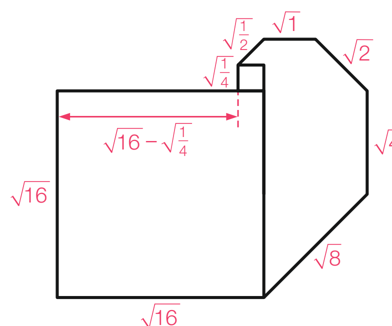
Bladzijde 19

24 **a** $\sqrt{20} = 4{,}47\ldots$
De zijde is 4,5 dm.
b $\sqrt{8} = 2{,}82\ldots$
De afmetingen zijn 2,8 bij 2,8 meter.

25 **a** $\sqrt{80} = 8{,}944\ldots$
De afmetingen van het grasveld zijn 8,94 bij 8,94 meter.
b $\sqrt{95} = 9{,}746\ldots$
Het vierkant dat bestaat uit grasveld en pad samen heeft zijden van 9,746… meter.
Het pad is $\frac{9{,}746\ldots - 8{,}944\ldots}{2} \approx 0{,}4$ meter breed.

26 **a** De oppervlakte van een veld is $14 : 64 = 0{,}21\ldots$ dm^2.
De zijde van een veld is $\sqrt{0{,}21\ldots} = 0{,}467\ldots$ dm.
Dus de afmetingen van een veld zijn ongeveer 4,7 bij 4,7 cm.
b De oppervlakte van het schaakbord is $14 + 2 = 16$ dm^2.
De rand is $\frac{\sqrt{16} - \sqrt{14}}{2} \approx 0{,}13$ dm $= 1{,}3$ cm breed.

27 De oppervlakte van de vierkanten wordt steeds gehalveerd.
Van groot naar klein zijn de oppervlakten 16, 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{4}$ cm^2.
De zijden zijn dus $\sqrt{16}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ en $\sqrt{\frac{1}{4}}$ cm lang.
Zie de figuur hiernaast.
De omtrek is
$\sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{8} + \sqrt{4} + \sqrt{2} + \sqrt{1} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{16} - \sqrt{\frac{1}{4}} \approx 19{,}95$ cm.



L3 **a** $\sqrt{37} \approx 6{,}083$
b $\sqrt{60} \approx 7{,}75$
De zijde is 7,75 meter.

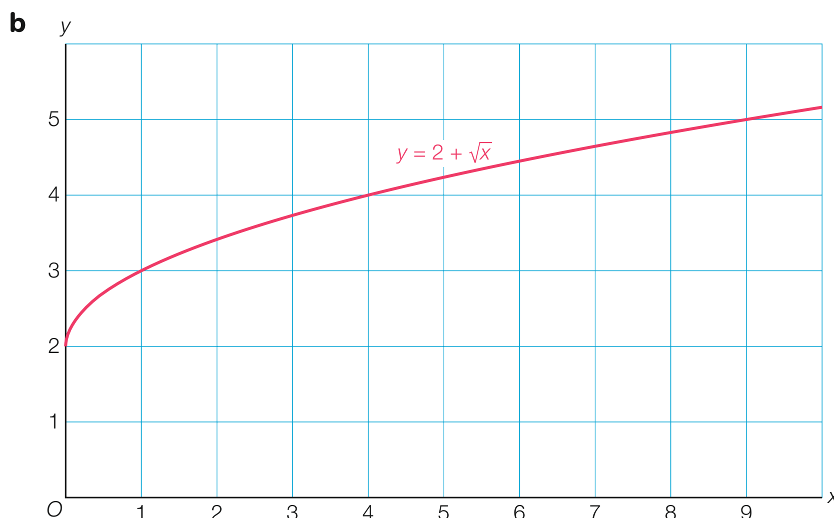
Bladzijde 20

28 **a** Voor $x = 9$ is $y = \sqrt{9} = 3$.
Voor $x = 16$ is $y = \sqrt{16} = 4$.
b $x = -9$ geeft $y = \sqrt{-9}$ en de wortel van een negatief getal bestaat niet.

29 **a**

x	0	1	2	3	4	5	9
y	2	3	3,4	3,7	4	4,2	5

b



c $x = 2500$ geeft $y = 2 + \sqrt{2500} = 2 + 50 = 52$
De y-coördinaat van P is 52.

Bladzijde 21

30 **a** $x = 125$ geeft $y = 4\sqrt{0{,}2 \cdot 125} = 4\sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$
b $x = 0$ geeft $y = 4\sqrt{0{,}2 \cdot 0} = 4\sqrt{0} = 4 \cdot 0 = 0$
c $x = -5$ geeft $y = 4\sqrt{0{,}2 \cdot -5} = 4\sqrt{-1}$ kan niet

31 **a** $x = 8$ geeft $y = 5 + 4\sqrt{8 + 28} = 5 + 4\sqrt{36} = 5 + 4 \cdot 6 = 5 + 24 = 29$
b $x = -12$ geeft $y = 5 + 4\sqrt{-12 + 28} = 5 + 4\sqrt{16} = 5 + 4 \cdot 4 = 5 + 16 = 21$
c $x = -32$ geeft $y = 5 + 4\sqrt{-32 + 28} = 5 + 4\sqrt{-4}$ kan niet

32 $x = 12$ geeft $y = 2\sqrt{\frac{1}{2} \cdot 12 + 3} = 2\sqrt{6 + 3} = 2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$
Dus A ligt op de grafiek.
$x = -14$ geeft $y = 2\sqrt{\frac{1}{2} \cdot -14 + 3} = 2\sqrt{-7 + 3} = 2\sqrt{-4}$ kan niet
Dus B ligt niet op de grafiek.
$x = -4$ geeft $y = 2\sqrt{\frac{1}{2} \cdot -4 + 3} = 2\sqrt{-2 + 3} = 2\sqrt{1} = 2 \cdot 1 = 2$
Dus C ligt op de grafiek.

33 **a** $x = 2$ en $y = 9$ geeft $b\sqrt{2 \cdot 2} = 9$
$b\sqrt{4} = 9$
$2b = 9$
$b = 4{,}5$
b $x = 20$ en $y = 20$ geeft $a + a\sqrt{20 - 4} = 20$
$a + a\sqrt{16} = 20$
$a + 4a = 20$
$5a = 20$
$a = 4$

34 $y = 30$ geeft $5\sqrt{x + 9} = 30$
$\sqrt{x + 9} = 6$
Er moet gelden $x + 9 = 6^2 = 36$, dus $x = 27$.
Dus de x-coördinaat van P is 27.

35 De grafiek gaat door het punt (0, -3).
$x = 0$ en $y = -3$ geeft $a + b\sqrt{0} = -3$
$a = -3$
Dus $y = -3 + b\sqrt{x}$.
De grafiek gaat door het punt (4, 0).
$x = 4$ en $y = 0$ geeft $-3 + b\sqrt{4} = 0$
$-3 + 2b = 0$
$2b = 3$
$b = 1{,}5$
Dus $y = -3 + 1{,}5\sqrt{x}$.
$x = 16$ geeft $y = -3 + 1{,}5\sqrt{16} = -3 + 1{,}5 \cdot 4 = -3 + 6 = 3$
Dus A ligt op de grafiek.

36 **a** $h = 51{,}5$ geeft $d = 3{,}6\sqrt{51{,}5} = 25{,}83\ldots$
Haar zicht is meer dan 25 kilometer.
b $h = 1{,}75$ geeft $d = 3{,}6\sqrt{1{,}75} = 4{,}76\ldots$
Laurens kan ongeveer 4,8 kilometer ver kijken.
c Twee keer 175 cm is 350 cm.
$h = 3{,}5$ geeft $d = 3{,}6\sqrt{3{,}5} = 6{,}73\ldots$
Maar $2 \cdot 4{,}76\ldots \neq 6{,}73\ldots$
Dus Carlijn heeft geen gelijk.

Bladzijde 22

37 **a** 8 jaar en 3 maanden, dus $t = 8{,}25$.
$t = 8{,}25$ geeft $l = 45 + 20\sqrt{2 \cdot 8{,}25} \approx 126$
Heleen is ongeveer 126 cm lang als ze 8 jaar en 3 maanden is.
b $t = 10$ geeft $l = 45 + 20\sqrt{2 \cdot 10} = 134{,}44\ldots$
$t = 14$ geeft $l = 45 + 20\sqrt{2 \cdot 14} = 150{,}83\ldots$
Haar lengte neemt toe met $150{,}83\ldots - 134{,}44\ldots \approx 16$ cm.

c 1 m = 100 cm
$t = 4$ geeft $l = 45 + 20\sqrt{2 \cdot 4} = 101{,}5... > 100$
Dus Heleen was jonger dan vier jaar.
d De formule geldt alleen tot haar 18e verjaardag.

38 **a** $h = 65$ geeft $t = \sqrt{0{,}2 \cdot 65} \approx 3{,}6$
Dus de steen komt na ongeveer 3,6 seconden in het water terecht.
b 130 m is het dubbele van 65 m.
$h = 130$ geeft $t = \sqrt{0{,}2 \cdot 130} = 5{,}09...$
Maar $2 \cdot 3{,}605... \neq 5{,}09...$
Dus Oleg heeft geen gelijk.
c Door te proberen krijg je $h = 45$.
$h = 45$ geeft $t = \sqrt{0{,}2 \cdot 45} = \sqrt{9} = 3$
Dus Elina liet de steen vanaf 45 meter hoogte los.

Alternatieve uitwerking
$t = 3$ geeft $\sqrt{0{,}2h} = 3$
Er moet gelden $0{,}2h = 3^2 = 9$, dus $h = 45$.
Dus Elina liet de steen vanaf 45 meter hoogte los.

L4 **a** $x = 81$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{81} = 3 + 2 \cdot 9 = 3 + 18 = 21$
b $x = 0$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{0} = 3 + 2 \cdot 0 = 3 + 0 = 3$
c $x = -5$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{-5}$ kan niet

5.3 Wortels herleiden

Bladzijde 23

39 **a** $(\sqrt{10})^2 = 10$
b $(\sqrt{15})^2 = 15$

40 **a** Dat klopt niet, want Milou heeft tussentijds afgerond en dan krijgt ze geen precies eindantwoord.
$(\sqrt{5})^2 = 5$
b $(\sqrt{8})^2 = 8$ $\quad (\sqrt{19\,500})^2 = 19\,500$
$(\sqrt{79})^2 = 79$ $\quad (\sqrt{a})^2 = a$

Bladzijde 24

41 **a** $(3\sqrt{6})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 6 = 54$
b $(-2\sqrt{7})^2 = (-2)^2 \cdot (\sqrt{7})^2 = 4 \cdot 7 = 28$
c $5(\sqrt{3})^2 = 5 \cdot 3 = 15$
d $-8(\sqrt{2})^2 = -8 \cdot 2 = -16$
e $(\sqrt{11})^2 - 3^2 = 11 - 9 = 2$
f $(-\sqrt{10})^2 = (-1)^2 \cdot (\sqrt{10})^2 = 1 \cdot 10 = 10$

42 **a** $(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{2})^2 - 2^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 2 - 4 \cdot 5 = 18 - 20 = -2$
b $3\sqrt{9} + 7\sqrt{25} = 3 \cdot 3 + 7 \cdot 5 = 9 + 35 = 44$
c $(-\sqrt{5})^2 - 5^2 = (-1)^2 \cdot (\sqrt{5})^2 - 25 = 1 \cdot 5 - 25 = 5 - 25 = -20$
d $(5\sqrt{2})^2 - 3(\sqrt{6})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{2})^2 - 3 \cdot 6 = 25 \cdot 2 - 18 = 50 - 18 = 32$
e $-5\sqrt{81} - (3\sqrt{2})^2 = -5 \cdot 9 - 3^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = -45 - 9 \cdot 2 = -45 - 18 = -63$
f $(-3\sqrt{2})^2 - 3(\sqrt{2})^2 = (-3)^2 \cdot (\sqrt{2})^2 - 3 \cdot 2 = 9 \cdot 2 - 6 = 18 - 6 = 12$

43 **a** $(3\sqrt{a})^2 - 5a = 3^2 \cdot (\sqrt{a})^2 - 5a = 9a - 5a = 4a$
b $(a\sqrt{3})^2 - 5a = a^2 \cdot (\sqrt{3})^2 - 5a = 3a^2 - 5a$
c $(\sqrt{3a})^2 - 5a = 3a - 5a = -2a$

L5 **a** $(6\sqrt{2})^2 = 6^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 36 \cdot 2 = 72$
b $-3(\sqrt{7})^2 = -3 \cdot 7 = -21$
c $(-5\sqrt{3})^2 = (-5)^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 25 \cdot 3 = 75$

44 **a** $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 5 \cdot 3 = 15$
b $(\sqrt{5 \cdot 3})^2 = (\sqrt{15})^2 = 15$
c $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5 \cdot 3}$

45 **a** $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$
b $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
c Zoals $5a - a = 4a$, zo is $5\sqrt{7} - \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$.

Bladzijde 26

46 Als a negatief is, dan bestaat $\sqrt{a}$ niet. Hetzelfde geldt voor b en $\sqrt{b}$.

47 **a** $3\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = 9\sqrt{7}$
b $2\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$
c $2\sqrt{5} - 5\sqrt{7}$ kan niet
d $16\sqrt{7} - 9\sqrt{7} = 7\sqrt{7}$
e $12\sqrt{2} + \sqrt{2} = 13\sqrt{2}$
f $\sqrt{10} - 10\sqrt{10} = -9\sqrt{10}$

48 **a** $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{7} = 10\sqrt{21}$
b $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{9} = 10 \cdot 3 = 30$
c $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 3\sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$
d $\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{7} = 3\sqrt{14}$
e $5\sqrt{8} \cdot 3\sqrt{8} = 15\sqrt{64} = 15 \cdot 8 = 120$
f $-5 \cdot 3\sqrt{10} = -15\sqrt{10}$

49 **a** $7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$
b $7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$ kan niet
c $7\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} = 35\sqrt{6}$
d $3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$
e $3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} = 6\sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42$
f $(-3\sqrt{7})^2 - 2(\sqrt{7})^2 = (-3)^2 \cdot (\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 7 = 9 \cdot 7 - 14 = 63 - 14 = 49$
g $5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$
h $6\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$ kan niet
i $6\sqrt{2} \cdot -2\sqrt{18} = -12\sqrt{36} = -12 \cdot 6 = -72$

50 **a** $8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -\sqrt{3}$
b $3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{36} = 6 \cdot 6 = 36$
c $4\sqrt{5} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{5} = 7\sqrt{5} - 2\sqrt{7}$
d $3\sqrt{4} + 2\sqrt{9} - \sqrt{16} = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 4 = 6 + 6 - 4 = 8$
e $3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{5} + 2\sqrt{10} = 12\sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 14\sqrt{10}$
f $5\sqrt{5} - 5 - \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 5$
g $(5\sqrt{2})^2 - 3\sqrt{16} = 5^2 \cdot (\sqrt{2})^2 - 3 \cdot 4 = 25 \cdot 2 - 12 = 50 - 12 = 38$
h $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - (-2\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{10} - (-2)^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{10} - 4 \cdot 3 = 3\sqrt{10} - 12$
i $3\sqrt{4} \cdot \sqrt{15} - \sqrt{5} \cdot 5\sqrt{3} = 3 \cdot 2\sqrt{15} - 5\sqrt{15} = 6\sqrt{15} - 5\sqrt{15} = \sqrt{15}$

51 **a** $2\sqrt{a} + 6\sqrt{a} = 8\sqrt{a}$
b $a\sqrt{2} + a\sqrt{6}$ kan niet
c $2\sqrt{a} \cdot 6\sqrt{a} = 12\sqrt{a^2} = 12a$
d $a\sqrt{b} + a\sqrt{b} = 2a\sqrt{b}$
e $a\sqrt{b} - b\sqrt{a}$ kan niet
f $a\sqrt{b} \cdot a\sqrt{b} = a^2\sqrt{b^2} = a^2b$

Bladzijde 27

L6 **a** $3\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{14}$
b $6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{9} = 12 \cdot 3 = 36$
c $5\sqrt{4} \cdot 2\sqrt{25} = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 100$
d $3\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$
e $\sqrt{3} + 3$ kan niet
f $4\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = -2\sqrt{6}$

52 **a** $(\sqrt{50})^2 = 50$
$(5\sqrt{2})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 = 50$
b Ja, $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
c $(\sqrt{24})^2 = 24$
$(2\sqrt{6})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{6})^2 = 4 \cdot 6 = 24$
d Ja, $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

Bladzijde 28

53
a $\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
b $\sqrt{63} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$
c $\sqrt{45} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

54
a $\sqrt{20} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$
b $\sqrt{72} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
c $\sqrt{300} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$
d $\sqrt{800} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{2} = 20\sqrt{2}$
e $\sqrt{288} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{2} = 12\sqrt{2}$
f $\sqrt{162} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

55
a $5\sqrt{18} = 5 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot 3\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$
b $\sqrt{75} + \sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3} + \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
c $2\sqrt{44} = 2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{11} = 2 \cdot 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$
d $\sqrt{8} - 3\sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2}$
e $3\sqrt{20} - \sqrt{48} = 3\sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 2\sqrt{5} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$
f $-5\sqrt{36} = -5 \cdot 6 = -30$

56
a $\sqrt{12} + \sqrt{16} + \sqrt{27} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} + 4 + \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 4 + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3} + 4$
b $3\sqrt{63} - 5\sqrt{28} = 3 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} - 5 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} = 3 \cdot 3\sqrt{7} - 5 \cdot 2\sqrt{7} = 9\sqrt{7} - 10\sqrt{7} = -\sqrt{7}$
c $\sqrt{24} - 8\sqrt{6} + 2\sqrt{54} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} - 8\sqrt{6} + 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 8\sqrt{6} + 2 \cdot 3\sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 8\sqrt{6} + 6\sqrt{6} = 0$

57
a $\sqrt{49a} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{a} = 7\sqrt{a}$
b $\sqrt{52b} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{13b} = 2\sqrt{13b}$
c $5\sqrt{18c} = 5 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2c} = 5 \cdot 3\sqrt{2c} = 15\sqrt{2c}$
d $3\sqrt{24d} - 2\sqrt{54d} = 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{6d} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{6d} = 3 \cdot 2\sqrt{6d} - 2 \cdot 3\sqrt{6d} = 6\sqrt{6d} - 6\sqrt{6d} = 0$

L7
a $\sqrt{18} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
b $\sqrt{90} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$
c $\sqrt{96} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

Bladzijde 29

58
a $3 \cdot 2 = 6$
b $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$

59
a $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2}$
b $\frac{10\sqrt{30}}{\sqrt{5}} = 10\sqrt{6}$
c $\frac{20\sqrt{6}}{5\sqrt{2}} = 4\sqrt{3}$
d $\frac{12\sqrt{6}}{4\sqrt{6}} = 3$

Bladzijde 30

60
a $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$
b $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$
c $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
d $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

61
a $\frac{40\sqrt{42}}{8\sqrt{7}} = 5\sqrt{6}$
b $\sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10}$
c $\frac{12\sqrt{24}}{3\sqrt{6}} = 4\sqrt{4} = 4 \cdot 2 = 8$
d $\sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

62
a $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{6}} = \sqrt{8} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
b $\frac{6\sqrt{12}}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$
c $\frac{35\sqrt{54}}{7\sqrt{2}} = 5\sqrt{27} = 5 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot 3\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$
d $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

63 **a** $\frac{12\sqrt{40}}{3\sqrt{2}} = 4\sqrt{20} = 4 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 4 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

b $\frac{3\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \frac{3 \cdot 6}{3} = \frac{18}{3} = 6$

c $\sqrt{2\frac{41}{64}} = \sqrt{\frac{169}{64}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{64}} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$

d $\frac{5\sqrt{24}}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2}\sqrt{8} = 2\frac{1}{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

64 **a** $\frac{6a\sqrt{6a}}{2\sqrt{2a}} = 3a\sqrt{3}$

b $\frac{6\sqrt{6a}}{2\sqrt{2}} = 3\sqrt{3a}$

c $\frac{6\sqrt{20a}}{2\sqrt{5a}} = 3\sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$

d $\frac{6a\sqrt{80a}}{3\sqrt{10}} = 2a\sqrt{8a} = 2a \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2a} = 2a \cdot 2\sqrt{2a} = 4a\sqrt{2a}$

L8 **a** $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$

b $\frac{3\sqrt{30}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{10}$

c $\frac{18\sqrt{18}}{6\sqrt{2}} = 3\sqrt{9} = 3 \cdot 3 = 9$

d $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}$

65



5.4 Wortels en machten

Bladzijde 31

66 **a** $\sqrt{a^{12}} = a^6$

b $\sqrt{a^{16}} = a^8$

67 **a** $\sqrt{a^{50}} = a^{25}$

b $\sqrt{16a^{16}} = 4a^8$

c $\sqrt{a^{12}b^2} = a^6 b$

Bladzijde 32

68 **a** $(\sqrt{a})^6 = \sqrt{a^6} = a^3$
b $(a^3\sqrt{b})^4 = a^{12}\sqrt{b^4} = a^{12}b^2$
c $(a^3\sqrt{a})^4 = a^{12}\sqrt{a^4} = a^{12} \cdot a^2 = a^{14}$

69 **a** $\sqrt{a^{11}} = \sqrt{a^{10} \cdot a} = a^5\sqrt{a}$
b $(\sqrt{a})^9 = \sqrt{a^9} = \sqrt{a^8 \cdot a} = a^4\sqrt{a}$
c $\sqrt{a^{18}b^7} = \sqrt{a^{18} \cdot b^6 \cdot b} = a^9b^3\sqrt{b}$
d $(a^3\sqrt{b})^5 = a^{15}\sqrt{b^5} = a^{15}\sqrt{b^4 \cdot b} = a^{15}b^2\sqrt{b}$
e $\sqrt{25a^9b^5} = \sqrt{25 \cdot a^8 \cdot a \cdot b^4 \cdot b} = 5a^4b^2\sqrt{ab}$
f $(-4a^2\sqrt{a})^3 = -64a^6\sqrt{a^3} = -64a^6\sqrt{a^2 \cdot a} = -64a^6 \cdot a\sqrt{a} = -64a^7\sqrt{a}$

70 **a** $\sqrt{12a^{12}} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot a^{12}} = 2a^6\sqrt{3}$
b $\sqrt{99a^8b} = \sqrt{9 \cdot 11 \cdot a^8 \cdot b} = 3a^4\sqrt{11b}$
c $\sqrt{50x^5y^8} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot x^4 \cdot x \cdot y^8} = 5x^2y^4\sqrt{2x}$
d $(3a^2\sqrt{3a})^2 = 9a^4\sqrt{9a^2} = 9a^4 \cdot 3a = 27a^5$
e $6a\sqrt{6a^6b^6} = 6a \cdot a^3b^3\sqrt{6} = 6a^4b^3\sqrt{6}$
f $5(a^5\sqrt{b})^7 = 5a^{35}\sqrt{b^7} = 5a^{35}\sqrt{b^6 \cdot b} = 5a^{35}b^3\sqrt{b}$

71 **a** $\sqrt{x^{12}y^6z^3} = \sqrt{x^{12} \cdot y^6 \cdot z^2 \cdot z} = x^6y^3z\sqrt{z}$
b $(2x^3\sqrt{x})^3 = 8x^9\sqrt{x^3} = 8x^9\sqrt{x^2 \cdot x} = 8x^9 \cdot x\sqrt{x} = 8x^{10}\sqrt{x}$
c $\sqrt{18a^{81}b^{18}} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot a^{80} \cdot a \cdot b^{18}} = 3a^{40}b^9\sqrt{2a}$
d $3x(\sqrt{x})^4 + (5x\sqrt{x})^2 = 3x\sqrt{x^4} + 25x^2\sqrt{x^2} = 3x \cdot x^2 + 25x^2 \cdot x = 3x^3 + 25x^3 = 28x^3$
e $(-2\sqrt{9x^3})^3 = -8\sqrt{729x^9} = -8 \cdot 27\sqrt{x^8 \cdot x} = -216x^4\sqrt{x}$
f $(3\sqrt{2xy^3})^4 = 81\sqrt{16x^4y^{12}} = 81 \cdot 4x^2y^6 = 324x^2y^6$

L9 **a** $\sqrt{a^{20}} = a^{10}$
b $\sqrt{a^3b^{100}} = \sqrt{a^2 \cdot a \cdot b^{100}} = ab^{50}\sqrt{a}$
c $(a^2\sqrt{b})^5 = a^{10}\sqrt{b^5} = a^{10}\sqrt{b^4 \cdot b} = a^{10}b^2\sqrt{b}$

Bladzijde 33

72 **a** $\sqrt{x^7} = (x^7)^{\frac{1}{2}} = x^{3\frac{1}{2}}$
b $x\sqrt{x} = x \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{1\frac{1}{2}}$
c $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$

73 **a** $x\sqrt{x^3} = x \cdot (x^3)^{\frac{1}{2}} = x \cdot x^{1\frac{1}{2}} = x^{2\frac{1}{2}}$
b $\frac{1}{x^2\sqrt{x}} = \frac{1}{x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^{2\frac{1}{2}}} = x^{-2\frac{1}{2}}$
c $(x^2\sqrt{x^5})^3 = x^6\sqrt{x^{15}} = x^6 \cdot (x^{15})^{\frac{1}{2}} = x^6 \cdot x^{7\frac{1}{2}} = x^{13\frac{1}{2}}$

74 **a** $\frac{1}{x^2\sqrt{x^9}} = \frac{1}{x^2 \cdot (x^9)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^2 \cdot x^{4\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x^{6\frac{1}{2}}} = x^{-6\frac{1}{2}}$
b $\frac{x^2}{\sqrt{x^{-5}}} = \frac{x^2}{(x^{-5})^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^2}{x^{-2\frac{1}{2}}} = x^{4\frac{1}{2}}$
c $\frac{x\sqrt{x}}{x^5\sqrt{x^5}} = \frac{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^5 \cdot (x^5)^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{1\frac{1}{2}}}{x^5 \cdot x^{2\frac{1}{2}}} = \frac{x^{1\frac{1}{2}}}{x^{7\frac{1}{2}}} = x^{-6}$

75 **a** $5x^2\sqrt{x^5} = 5x^2 \cdot (x^5)^{\frac{1}{2}} = 5x^2 \cdot x^{2\frac{1}{2}} = 5x^{4\frac{1}{2}}$
b $\frac{3}{x^2} \cdot 2x\sqrt{x} = \frac{6x \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^2} = \frac{6x^{1\frac{1}{2}}}{x^2} = 6x^{-\frac{1}{2}}$
c $\frac{1}{4\sqrt{x}} \cdot (2\sqrt{x^7})^3 = \frac{1}{4\sqrt{x}} \cdot 2^3 \cdot \sqrt{x^{21}} = \frac{8 \cdot (x^{21})^{\frac{1}{2}}}{4x^{\frac{1}{2}}} = \frac{8x^{10\frac{1}{2}}}{4x^{\frac{1}{2}}} = 2x^{10}$

76 **a** $\frac{1}{3}\sqrt{3} = 3^{-1} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{-\frac{1}{2}}$

b $\dfrac{27}{\sqrt{3}} = \dfrac{3^3}{3^{\frac{1}{2}}} = 3^{2\frac{1}{2}}$

c $\frac{1}{9} \cdot (3\sqrt{3})^3 = \frac{1}{3^2} \cdot 3^3 \cdot \sqrt{3^3} = 3^{-2} \cdot 3^3 \cdot (3^3)^{\frac{1}{2}} = 3^{-2} \cdot 3^3 \cdot 3^{1\frac{1}{2}} = 3^{2\frac{1}{2}}$

L10 **a** $\sqrt{x^{15}} = (x^{15})^{\frac{1}{2}} = x^{7\frac{1}{2}}$

b $x^3\sqrt{x^3} = x^3 \cdot (x^3)^{\frac{1}{2}} = x^3 \cdot x^{1\frac{1}{2}} = x^{4\frac{1}{2}}$

c $\dfrac{x}{\sqrt{x^5}} = \dfrac{x}{(x^5)^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{x}{x^{2\frac{1}{2}}} = x^{-1\frac{1}{2}}$

5.5 Soorten getallen

Bladzijde 34

77 $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ $\quad 12 = \frac{12}{1}$ $\quad -6 = -\frac{6}{1}$ $\quad 5\frac{1}{5} = \frac{26}{5}$ $\quad 0{,}5 = \frac{1}{2}$

Bladzijde 35

78 **a** John heeft gelijk. De natuurlijke getallen zijn alle niet-negatieve gehele getallen, maar elk negatief geheel getal is geen natuurlijk getal.

b Bram heeft gelijk. Elk geheel getal is te schrijven als een breuk, maar niet alle breuken zijn te vereenvoudigen tot een geheel getal.

79 **a**, **b**, **c**

getal	natuurlijk getal	geheel getal	rationaal getal
-12	nee	ja	ja
$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$	nee	nee	ja
$\sqrt{9} = 3$	ja	ja	ja

80 **a** $\frac{2}{9} = 0{,}\overline{2}$

b $\frac{17}{30} = 0{,}5\overline{6}$

c $\frac{5}{7} = 0{,}\overline{714285}$

d $\frac{17}{27} = 0{,}\overline{629}$

81 **a** $0{,}0\overline{5} = 0{,}055555555\ldots$

b $0{,}\overline{05} = 0{,}050505050\ldots$

c $0{,}3\overline{52} = 0{,}352525252\ldots$

d $0{,}\overline{352} = 0{,}352352352\ldots$

e $0{,}42\overline{17} = 0{,}421717171\ldots$

f $0{,}\overline{4217} = 0{,}421742174\ldots$

82 **a**, **b**, **c**

getal	natuurlijk getal	geheel getal	rationaal getal
$5\frac{2}{3} = \frac{17}{3}$	nee	nee	ja
$\frac{18}{6} = 3$	ja	ja	ja
$2{,}\overline{84}$	nee	nee	ja
$-\sqrt{49} = -7$	nee	ja	ja
$2{,}847 = \frac{2847}{1000}$	nee	nee	ja
$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$	nee	nee	ja

d $-\sqrt{49}$, $\sqrt{\frac{1}{9}}$, $2{,}847$, $2{,}\overline{84}$, $\frac{18}{6}$, $5\frac{2}{3}$

83 **a** Stel $a = 0,\overline{52}$.
Dit geeft $100a = 52,\overline{52}$
$a = 0,\overline{52}$ –
$99a = 52$
$a = \frac{52}{99}$
Dus $0,\overline{52} = \frac{52}{99}$.

b Stel $a = 1,\overline{5}$.
Dit geeft $10a = 15,\overline{5}$
$a = 1,\overline{5}$ –
$9a = 14$
$a = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$
Dus $1,\overline{5} = 1\frac{5}{9}$.

c Stel $a = 0,\overline{45}$.
Dit geeft $100a = 45,\overline{45}$
$a = 0,\overline{45}$ –
$99a = 45$
$a = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$
Dus $0,\overline{45} = \frac{5}{11}$.

d Stel $a = 3,1\overline{6}$.
Dit geeft $100a = 316,\overline{6}$
$10a = 31,\overline{6}$ –
$90a = 285$
$a = \frac{285}{90} = \frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$
Dus $3,1\overline{6} = 3\frac{1}{6}$.

Bladzijde 36

84 **a** $\frac{1}{17} = 0,\overline{0588235294117647}$
b Nee, bij de 100 decimalen van $\sqrt{2}$ is geen regelmaat te ontdekken.

85 Roeland heeft gelijk. De reële getallen zijn alle rationale en irrationale getallen samen, dus alle irrationale getallen zijn ook reële getallen. Maar Anne heeft geen gelijk, want bijvoorbeeld breuken zijn wel reële getallen, maar niet irrationaal.

Bladzijde 37

86 $\sqrt{25} = 5$
$\sqrt{2\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$
$\sqrt{0,09} = 0,3$

	-3	$\sqrt{25}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{2\frac{1}{4}}$	$3,\overline{612}$	$\sqrt{0,4}$	$\sqrt{0,09}$
natuurlijk getal	nee	ja	nee	nee	nee	nee	nee
geheel getal	ja	ja	nee	nee	nee	nee	nee
rationaal getal	ja	ja	nee	ja	ja	nee	ja
irrationaal getal	nee	nee	ja	nee	nee	ja	nee
reëel getal	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja

87 **a** Rationaal zijn $-5\frac{1}{4}$, $3\frac{2}{7}$, $3,\overline{14}$, $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ en $\sqrt{2,25} = 1\frac{1}{2}$.
Irrationaal zijn $\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$ en π.
b $-5\frac{1}{4}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{2,25}$, $\sqrt{3}$, $3,\overline{14}$, π, $\sqrt{10}$, $3\frac{2}{7}$

88 **a** $p = 0,12\,13\,14\,15\,16\ldots$ is irrationaal, want de decimalen repeteren niet.
$q = 0,12\,112\,1112\,11112\ldots$ is irrationaal, want de decimalen repeteren niet.
$r = 0,121\ 121\ 121\ 121\ldots = 0,\overline{121}$ is rationaal, want de decimalen repeteren.
b De decimalen zijn alle natuurlijke getallen vanaf 1 achter elkaar.
1 t/m 9   9 decimalen
10 t/m 99 $90 \cdot 2 = 180$ decimalen
Dat zijn in totaal 189 decimalen, er volgen er dus nog 11.
De volgende decimalen zijn 100 101 102 10
190e decimaal   200e decimaal
Dus de 200e decimaal is 0.

89 **a** Bijvoorbeeld $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$.
b Bijvoorbeeld $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$.
c Bijvoorbeeld $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$.
d Bijvoorbeeld $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}} = \sqrt{\frac{20}{45}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$.

L11 **a** Rationaal zijn $3\frac{1}{3}$, $\frac{15}{5}$, $-\sqrt{25} = -5$, $-5{,}041$ en $2{,}\overline{83}$.
Irrationaal zijn $\sqrt{8}$ en $\sqrt{27}$.
b $-5{,}041$, $-\sqrt{25}$, $\sqrt{8}$, $2{,}\overline{83}$, $\frac{15}{5}$, $3\frac{1}{3}$, $\sqrt{27}$

Gemengde opgaven

Bladzijde 38

1 **a** $x = 0$ geeft $h = -0{,}003 \cdot 0^2 + 60 = 60$
Dus het wegdek bevindt zich $60 + 2 = 62$ meter boven de rivier.
b $x = 50$ geeft $h = -0{,}003 \cdot 50^2 + 60 = 52{,}5$
$x = -75$ geeft $h = -0{,}003 \cdot (-75)^2 + 60 = 43{,}125$
Dus PQ is $52{,}5 - 43{,}125 = 9{,}375$ meter langer dan RS.
c $300 : 2 = 150$
$x = 150$ geeft $h = -0{,}003 \cdot 150^2 + 60 = -7{,}5$
Dus de afstand tussen A en B is minder dan 300 meter.

2 **a** $x = 2$ en $y = 12$ geeft $a \cdot 2^2 + 3 = 12$
$4a + 3 = 12$
$4a = 9$
$a = 2\frac{1}{4}$
b $x = 11$ en $y = 24$ geeft $b + b\sqrt{3 \cdot 11 - 8} = 24$
$b + b\sqrt{33 - 8} = 24$
$b + b\sqrt{25} = 24$
$b + 5b = 24$
$6b = 24$
$b = 4$

3 **a** De oppervlakte van een veld is $12 : 100 = 0{,}12$ dm^2.
$\sqrt{0{,}12}$ dm $= 0{,}346\ldots$ dm $\approx 3{,}5$ cm
De afmetingen van een veld zijn ongeveer 3,5 bij 3,5 cm.
b De oppervlakte van het dambord is $12 + 2{,}5 = 14{,}5$ dm^2.
De rand is $\frac{\sqrt{14{,}5} - \sqrt{12}}{2} \approx 0{,}17$ dm $= 1{,}7$ cm breed.

4 De oppervlakte van $ABCD$ is twee keer de oppervlakte van de vijver, dus $2 \cdot 40 = 80$ m^2.
De oppervlakte van $ABCD$ en het tegelpad samen is $80 + 50 = 130$ m^2.
De breedte van het tegelpad is $\frac{\sqrt{130} - \sqrt{80}}{2} = 1{,}228\ldots$ m ≈ 123 cm.

5 $x = 0$ geeft $y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 0} = \frac{1}{2}\sqrt{0} = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$
$x = 4$ geeft $y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 4} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
$x = 63$ geeft $y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 63} = \frac{1}{2}\sqrt{7}$
$x = 81$ geeft $y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 81} = \frac{1}{2}\sqrt{9} = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1\frac{1}{2}$

a De y-waarde 0 is een geheel getal.
b De y-waarden 0, $\frac{1}{3}$ en $1\frac{1}{2}$ zijn rationale getallen.
c De y-waarde $\frac{1}{2}\sqrt{7}$ is een irrationaal getal.

Bladzijde 39

6 **a** $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{8} - 7\sqrt{16} = 15\sqrt{16} - 7 \cdot 4 = 15 \cdot 4 - 28 = 60 - 28 = 32$
b $-6\sqrt{36} - 8(\sqrt{3})^2 = -6 \cdot 6 - 8 \cdot 3 = -36 - 24 = -60$
c $3^2 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} = 9\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -\sqrt{3}$
d $\dfrac{35\sqrt{90}}{5\sqrt{2}} = 7\sqrt{45} = 7 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot 3\sqrt{5} = 21\sqrt{5}$
e $\sqrt{5^2 - 4^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 16 - 9} = \sqrt{0} = 0$
f $\sqrt{(-4)^2 + (\sqrt{-4})^2}$ kan niet
g $\sqrt{6} - \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{6} - 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}$
h $\sqrt{5 + \frac{4}{9}} - \sqrt{7\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{45}{9} + \frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{64}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} - \sqrt{\frac{64}{9}} = \dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} - \dfrac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3} - \frac{8}{3} = -\frac{1}{3}$
i $(-2\sqrt{7})^2 - 5\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = (-2)^2 \cdot (\sqrt{7})^2 - 5\sqrt{81} = 4 \cdot 7 - 5 \cdot 9 = 28 - 45 = -17$
j $(-\sqrt{7})^2 - 2(\sqrt{7 - 2})^2 = (-1)^2 \cdot (\sqrt{7})^2 - 2(\sqrt{5})^2 = 1 \cdot 7 - 2 \cdot 5 = 7 - 10 = -3$
k $2\sqrt{27} - \sqrt{108} + 3\sqrt{12} = 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3 \cdot 2\sqrt{3} =$
$6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
l $\dfrac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{32}}{\sqrt{10} + \sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{160}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2}\sqrt{16} = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

7 **a** $d = 30$ geeft $v = 10\sqrt{2 \cdot 30} \approx 77$
Dus de snelheid is ongeveer 77 km per uur.
b Twee keer 30 is 60.
$d = 60$ geeft $v = 10\sqrt{2 \cdot 60} = 109{,}54\ldots$
Maar $2 \cdot 77{,}45\ldots \neq 109{,}54\ldots$, dus Deirdre heeft geen gelijk.
c $d = 6$ geeft $v = 10\sqrt{2 \cdot 6} = 34{,}64\ldots$
Meneer Bruinsma reed harder dan 34 km per uur, dus hij reed te hard.

8 $v = 100$ geeft $10\sqrt{2d} = 100$ oftewel $\sqrt{2d} = 10$.
Er moet gelden $2d = 10^2 = 100$, dus $d = 50$.
De afstand tussen de auto van Guus en het hert was meer dan 50 meter.

9 **a** $\sqrt{16a^3b^{12}} = \sqrt{16 \cdot a^2 \cdot a \cdot b^{12}} = 4ab^6\sqrt{a}$
$(a^5\sqrt{b})^3 = a^{15}\sqrt{b^3} = a^{15}\sqrt{b^2 \cdot b} = a^{15}b\sqrt{b}$
b $(x^{-2}\sqrt{x^3})^7 = (x^{-2} \cdot (x^3)^{\frac{1}{2}})^7 = (x^{-2} \cdot x^{1\frac{1}{2}})^7 = (x^{-\frac{1}{2}})^7 = x^{-3\frac{1}{2}}$
$\dfrac{x^2\sqrt{x}}{x^3\sqrt{x^3}} = \dfrac{x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^3 \cdot (x^3)^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{x^{2\frac{1}{2}}}{x^3 \cdot x^{1\frac{1}{2}}} = \dfrac{x^{2\frac{1}{2}}}{x^{4\frac{1}{2}}} = x^{-2}$

10 **a** $12ab\sqrt{12a^{21}b^{12}} = 12ab \cdot \sqrt{4 \cdot 3 \cdot a^{20} \cdot a \cdot b^{12}} = 12ab \cdot 2a^{10}b^6\sqrt{3a} = 24a^{11}b^7\sqrt{3a}$
$11(a^7\sqrt{b^3})^{11} = 11a^{77}\sqrt{b^{33}} = 11a^{77}\sqrt{b^{32} \cdot b} = 11a^{77}b^{16}\sqrt{b}$
b $\dfrac{\left(\frac{1}{x^{-2}}\right)}{x\sqrt{x^5}} = \dfrac{x^2}{x \cdot (x^5)^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{x^2}{x \cdot x^{2\frac{1}{2}}} = \dfrac{x^2}{x^{3\frac{1}{2}}} = x^{-1\frac{1}{2}}$
$\left(\dfrac{1}{x\sqrt{x}} \cdot (\sqrt{x^3})^7\right)^2 = \left(\dfrac{1}{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} \cdot ((x^3)^{\frac{1}{2}})^7\right)^2 = \left(\dfrac{1}{x^{1\frac{1}{2}}} \cdot x^{10\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\dfrac{x^{10\frac{1}{2}}}{x^{1\frac{1}{2}}}\right)^2 = (x^9)^2 = x^{18}$

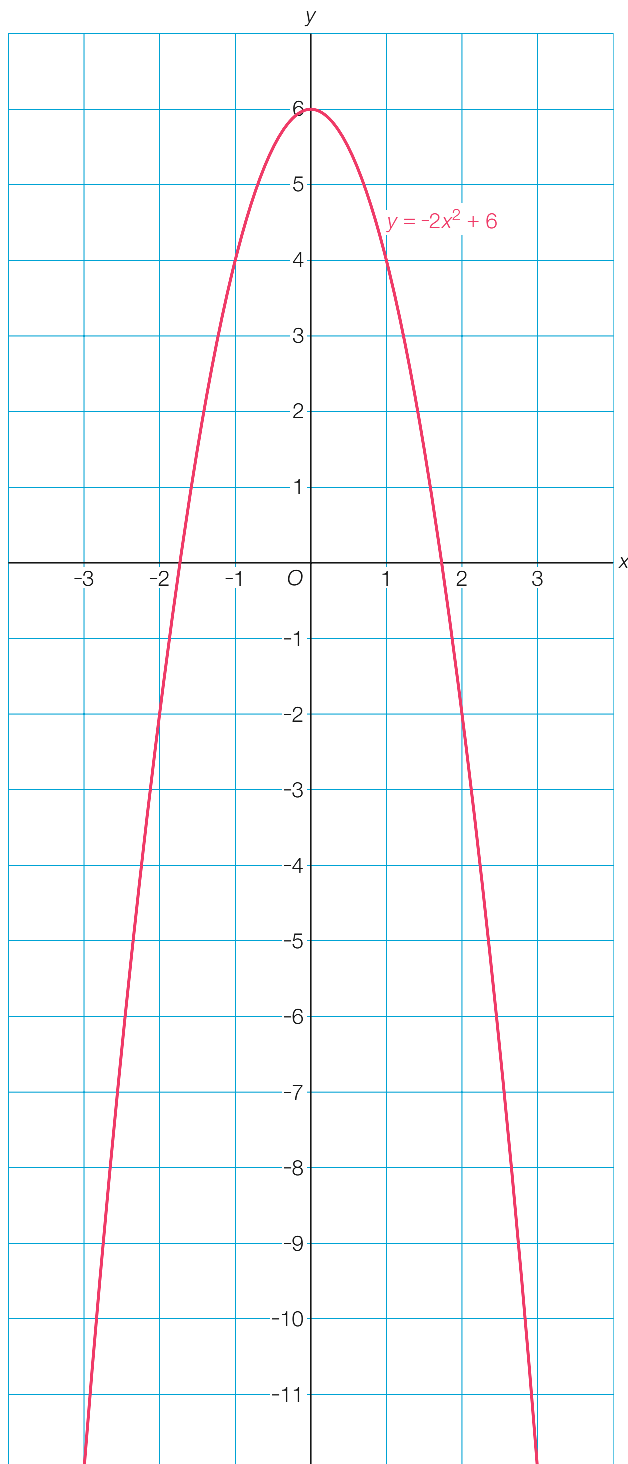
Diagnostische toets

Bladzijde 42

1 **a** $-2 < 0$, dus de grafiek is een bergparabool.

b

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-12	-2	4	6	4	-2	-12



c $x = -4$ geeft $y = -2 \cdot (-4)^2 + 6 = -2 \cdot 16 + 6 = -32 + 6 = -26$
Dus A ligt op de parabool.

2 **a** $x = -2$ en $y = -12$ geeft $-(-2)^2 + b = -12$
$-4 + b = -12$
$b = -8$

b $x = -5$ en $y = -36$ geeft $a \cdot (-5)^2 - 6 = -36$
$25a - 6 = -36$
$25a = -30$
$a = -1\frac{1}{5}$

3 **a** $x = 0$ geeft $h = -0{,}0032 \cdot 0^2 + 60 = 60$
Het hoogste punt ligt $60 - 10 = 50$ meter boven het spoor.

b $x = -80$ geeft $h = -0{,}0032 \cdot (-80)^2 + 60 = 39{,}52$
Dus $PQ = 39{,}52 - 10 = 29{,}52$ meter.

c $260 : 2 = 130$
$x = 130$ geeft $h = -0{,}0032 \cdot 130^2 + 60 = 5{,}92$
De punten A en B zitten op 10 meter hoogte, dus de afstand tussen de punten A en B is minder dan 260 meter.

4 **a** $\sqrt{81} + \sqrt{25} = 9 + 5 = 14$
b $5\sqrt{144} + 2\sqrt{9} = 5 \cdot 12 + 2 \cdot 3 = 60 + 6 = 66$
c $2\sqrt{13^2 - 5^2} = 2\sqrt{169 - 25} = 2\sqrt{144} = 2 \cdot 12 = 24$
d $2\sqrt{(13 - 5)^2} = 2\sqrt{8^2} = 2\sqrt{64} = 2 \cdot 8 = 16$
e $\sqrt{-9^2} = \sqrt{-81}$ kan niet
f $-\sqrt{(-9)^2} = -\sqrt{81} = -9$

5 Het grasveld heeft zijden van $\sqrt{250} = 15{,}81\ldots$ meter.
Het grasveld en het voetpad vormen een vierkant met zijden van $15{,}81\ldots + 2 \cdot 2{,}5 = 20{,}81\ldots$ meter.
De oppervlakte van dit vierkant is $20{,}81\ldots^2 = 433{,}11\ldots$ m^2.
De oppervlakte van het voetpad is $433{,}11\ldots - 250 \approx 183$ m^2.

6 $x = 4$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{4 + 5} = 3 + 2\sqrt{9} = 3 + 2 \cdot 3 = 3 + 6 = 9$
Dus A ligt op de grafiek.
$x = -6$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{-6 + 5} = 3 + 2\sqrt{-1}$ kan niet
Dus B ligt niet op de grafiek.
$x = -1$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{-1 + 5} = 3 + 2\sqrt{4} = 3 + 2 \cdot 2 = 3 + 4 = 7$
Dus C ligt op de grafiek.

Bladzijde 43

7 **a** $l = 120$ geeft $v = 0{,}36\sqrt{2{,}8 \cdot 120} = 6{,}59\ldots$
Dus Luuk heeft een maximale wandelsnelheid van ongeveer 6,6 km per uur.

b 0,8 m = 80 cm
$l = 80$ geeft $v = 0{,}36\sqrt{2{,}8 \cdot 80} = 5{,}38\ldots$
In 1 uur legt ze 5,38… km af, dus in 20 minuten is dat 5,38…: 3 = 1,795… km.
Dus Fenna legt ongeveer 1800 meter af.

c De benen van Luuk zijn $\frac{120}{80} = 1{,}5$ keer zo lang als die van Fenna.
Maar hij kan maar $\frac{6{,}59\ldots}{5{,}38\ldots} \approx 1{,}2$ keer zo snel wandelen.
Dus Boris heeft geen gelijk.

8 **a** $(5\sqrt{3})^2 - 3(\sqrt{2})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 2 = 25 \cdot 3 - 6 = 75 - 6 = 69$

b $-(-\sqrt{6})^2 = -(-1)^2 \cdot (\sqrt{6})^2 = -1 \cdot 6 = -6$

c $-3\sqrt{16} + (-2\sqrt{5})^2 = -3 \cdot 4 + (-2)^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = -12 + 4 \cdot 5 = -12 + 20 = 8$

9 **a** $2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$
b $5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 10\sqrt{9} = 10 \cdot 3 = 30$
c $2\sqrt{5} + 5$ kan niet
d $3\sqrt{8} \cdot -5\sqrt{2} = -15\sqrt{16} = -15 \cdot 4 = -60$
e $\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$
f $2\sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

10 **a** $3\sqrt{32} = 3 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$
b $\sqrt{500} + \sqrt{45} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 10\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 13\sqrt{5}$
c $\sqrt{108} - 2\sqrt{27} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 0$

11 **a** $\frac{3\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = 3\sqrt{2}$
b $\frac{8\sqrt{20}}{2\sqrt{5}} = 4\sqrt{4} = 4 \cdot 2 = 8$
c $\frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = 2$
d $\frac{6\sqrt{60}}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{20} = 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$
e $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$
f $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

12 **a** $\sqrt{50a^6b^{11}} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot a^6 \cdot b^{10} \cdot b} = 5a^3b^5\sqrt{2b}$
$(-5a^5\sqrt{a})^3 = -125a^{15}\sqrt{a^3} = -125a^{15}\sqrt{a^2 \cdot a} = -125a^{15} \cdot a\sqrt{a} = -125a^{16}\sqrt{a}$
b $x^2\sqrt{x} = x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{2\frac{1}{2}}$
$\frac{x^5}{\sqrt{x^3}} = \frac{x^5}{(x^3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^5}{x^{1\frac{1}{2}}} = x^{3\frac{1}{2}}$

13 **a** $-\sqrt{9} = -3$ en $\frac{12}{3} = 4$

	3,62	π	$-\sqrt{9}$	0	$\sqrt{2}$	$2\frac{1}{6}$	$2\sqrt{5}$	$2,\overline{16}$	$\frac{12}{3}$
natuurlijk getal	nee	nee	nee	ja	nee	nee	nee	nee	ja
geheel getal	nee	nee	ja	ja	nee	nee	nee	nee	ja
rationaal getal	ja	nee	ja	ja	nee	ja	nee	ja	ja
irrationaal getal	nee	ja	nee	nee	ja	nee	ja	nee	nee

b $-\sqrt{9}$, 0, $\sqrt{2}$, $2,\overline{16}$, $2\frac{1}{6}$, π, 3,62, $\frac{12}{3}$, $2\sqrt{5}$

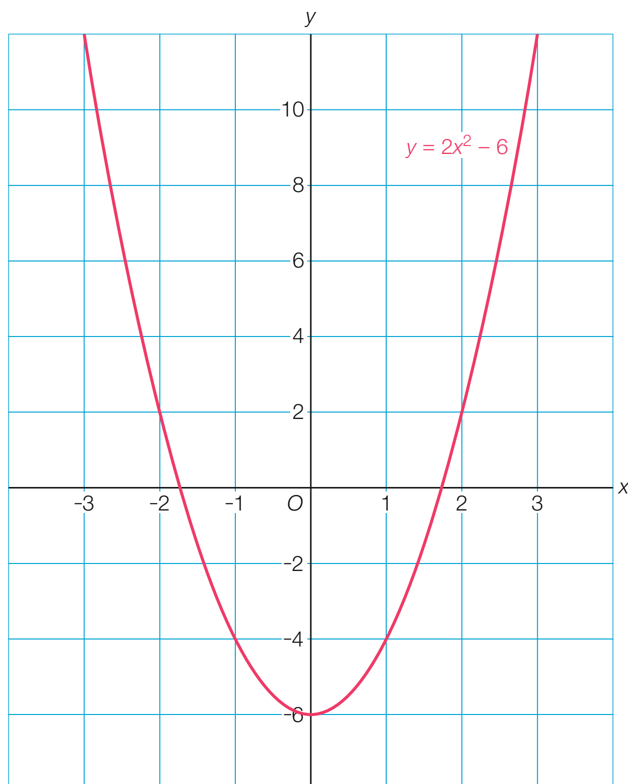
Herhaling

Bladzijde 44

1 **a** Het getal voor x^2 is 2 en $2 > 0$, dus de grafiek is een dalparabool.
b $x = 3$ geeft ook $y = 12$.
c

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	12	2	−4	−6	−4	2	12

d



e $x = 7$ geeft $y = 2 \cdot 7^2 - 6 = 2 \cdot 49 - 6 = 98 - 6 = 92$
Dus A ligt op de parabool.

f $x = -5$ geeft $y = 2 \cdot (-5)^2 - 6 = 2 \cdot 25 - 6 = 50 - 6 = 44 \neq -56$
Dus B ligt niet op de parabool.
$x = -10$ geeft $y = 2 \cdot (-10)^2 - 6 = 2 \cdot 100 - 6 = 200 - 6 = 194$
Dus C ligt op de parabool.

2 **a** $x = 4$ en $y = 48$ geeft $a \cdot 4^2 = 48$
$16a = 48$
$a = 3$

b $x = -3$ en $y = 17$ geeft $(-3)^2 + b = 17$
$9 + b = 17$
$b = 8$

c $x = -3$ en $y = 15$ geeft $a \cdot (-3)^2 + 12 = 15$
$9a + 12 = 15$
$9a = 3$
$a = \frac{1}{3}$

3 **a** Daar hoort $x = 0$ bij, want het hoogste punt ligt boven de oorsprong.
$x = 0$ geeft $h = -1{,}4 \cdot 0^2 + 12{,}5 = 12{,}5$
Dus dit hoogste punt bevindt zich 12,5 meter boven de grond.

b $x = -2$ geeft $h = -1{,}4 \cdot (-2)^2 + 12{,}5 = 6{,}9$

c $x = 3$ geeft $h = -1{,}4 \cdot 3^2 + 12{,}5 = -0{,}1$

d De uitkomst is kleiner dan 0.
Dus de afstand tussen de punten A en B is kleiner dan 6 meter.

Bladzijde 45

4
a $2\sqrt{9} - 5 = 2 \cdot 3 - 5 = 6 - 5 = 1$
b $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
c $5\sqrt{9} + 16 = 5 \cdot 3 + 16 = 15 + 16 = 31$
d $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$
e $2\sqrt{36} + 64 = 2 \cdot 6 + 64 = 12 + 64 = 76$
f $2\sqrt{36+64} = 2\sqrt{100} = 2 \cdot 10 = 20$

5
a $\sqrt{-5}$ kan niet
b $\sqrt{-5^2} = \sqrt{-25}$ kan niet
c $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$
d $-\sqrt{-5^2} = -\sqrt{-25}$ kan niet
e $-\sqrt{(-5)^2} = -\sqrt{25} = -5$
f $-\sqrt{5^2} = -\sqrt{25} = -5$

6
a $AB = \sqrt{120} = 10{,}954\ldots \approx 10{,}95$ dm
b $PQ = 10{,}954\ldots + 2 \cdot 0{,}8 \approx 12{,}55$ dm
c opp. $PQRS = 12{,}554\ldots^2 \approx 157{,}61$ dm^2
d De oppervlakte van de lijst is $157{,}614\ldots - 120 \approx 38$ dm^2.

7
a $x = 1$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{1} = 3 + 2 \cdot 1 = 3 + 2 = 5$
$x = 64$ geeft $y = 3 + 2\sqrt{64} = 3 + 2 \cdot 8 = 3 + 16 = 19$
b $x = 0$ geeft $y = 7 + \sqrt{3 \cdot 0} = 7 + \sqrt{0} = 7 + 0 = 7$
$x = 3$ geeft $y = 7 + \sqrt{3 \cdot 3} = 7 + \sqrt{9} = 7 + 3 = 10$

8
a $x = 5$ geeft $y = 3\sqrt{5+4} = 3\sqrt{9} = 3 \cdot 3 = 9$
Dus A ligt op de grafiek.
b $x = -3$ geeft $y = 3\sqrt{-3+4} = 3\sqrt{1} = 3 \cdot 1 = 3$
Dus B ligt op de grafiek.
$x = -8$ geeft $y = 3\sqrt{-8+4} = 3\sqrt{-4}$ kan niet
Dus C ligt niet op de grafiek.
$x = 96$ geeft $y = 3\sqrt{96+4} = 3\sqrt{100} = 3 \cdot 10 = 30$
Dus D ligt op de grafiek.

Bladzijde 46

9
a $v = 2{,}2$ geeft $N = 108\sqrt{2{,}2} \approx 160$
b $v = 1{,}8$ geeft $N = 108\sqrt{1{,}8} = 144{,}89\ldots$
Dus Tygo zet in totaal $10 \cdot 144{,}89\ldots \approx 1449$ stappen.
c Met $v = 4{,}4$ krijgt Charlotte $N = 108\sqrt{4{,}4} \approx 227$.
$2 \cdot 160 = 320$ en dat is niet gelijk aan 227.
Dus Tygo heeft geen gelijk.

10
a $(5\sqrt{6})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{6})^2 = 25 \cdot 6 = 150$
b $(-7\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = (-7)^2 \cdot (\sqrt{2})^2 - 3 = 49 \cdot 2 - 3 = 98 - 3 = 95$
c $2(\sqrt{7})^2 - (-\sqrt{11})^2 = 2 \cdot 7 - (-1)^2 \cdot (\sqrt{11})^2 = 14 - 1 \cdot 11 = 14 - 11 = 3$

11
a $9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$
b $6\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$
c $3\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 3\sqrt{49} = 3 \cdot 7 = 21$
d $7\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$ kan niet
e $3\sqrt{25} - 2\sqrt{36} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 = 15 - 12 = 3$
f $5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{27} = 10\sqrt{81} = 10 \cdot 9 = 90$
g $6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \sqrt{2}$
h $2\sqrt{10} + 2\sqrt{6}$ kan niet
i $2\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{30}$

12
a $\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
b $\sqrt{54} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$
c $-3\sqrt{60} = -3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} = -3 \cdot 2\sqrt{15} = -6\sqrt{15}$
d $4\sqrt{32} = 4\sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

Bladzijde 47

13
a $\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{10}} = \sqrt{2}$
b $\dfrac{10\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = 5\sqrt{5}$
c $\dfrac{5\sqrt{60}}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{20} = 5 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 5 \cdot 2\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$
d $\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{4} = 2$
e $\dfrac{8\sqrt{60}}{4\sqrt{15}} = 2\sqrt{4} = 2 \cdot 2 = 4$
f $\dfrac{12\sqrt{3}}{-3\sqrt{3}} = -4$

14 **a** $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$ **b** $\sqrt{1\frac{15}{49}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{49}} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$ **c** $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

15 **a** $\sqrt{a^{21}} = \sqrt{a^{20} \cdot a} = a^{10}\sqrt{a}$
b $\sqrt{a^7b^8} = \sqrt{a^6 \cdot a \cdot b^8} = a^3b^4\sqrt{a}$
c $\sqrt{8a^{13}b^7} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot a^{12} \cdot a \cdot b^6 \cdot b} = 2a^6b^3\sqrt{2ab}$
d $(\sqrt{a})^{15} = \sqrt{a^{15}} = \sqrt{a^{14} \cdot a} = a^7\sqrt{a}$
e $(a^2\sqrt{b})^3 = a^6\sqrt{b^3} = a^6\sqrt{b^2 \cdot b} = a^6b\sqrt{b}$
f $(2a^2\sqrt{b})^5 = 32a^{10}\sqrt{b^5} = 32a^{10}\sqrt{b^4 \cdot b} = 32a^{10}b^2\sqrt{b}$

16 **a** $x^{10}\sqrt{x} = x^{10} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{10\frac{1}{2}}$ **b** $x^5\sqrt{x^5} = x^5 \cdot (x^5)^{\frac{1}{2}} = x^5 \cdot x^{2\frac{1}{2}} = x^{7\frac{1}{2}}$ **c** $\frac{\sqrt{x^9}}{x\sqrt{x}} = \frac{(x^9)^{\frac{1}{2}}}{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{4\frac{1}{2}}}{x^{1\frac{1}{2}}} = x^3$

17 **a** $-\sqrt{16} = -4$ en $5\sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15$

	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{16}$	4π	$2\frac{3}{7}$	$\sqrt{20}$	$5\sqrt{9}$	$3{,}\overline{21}$
natuurlijk getal	nee	nee	nee	nee	nee	ja	nee
geheel getal	nee	ja	nee	nee	nee	ja	nee
rationaal getal	nee	ja	nee	ja	nee	ja	ja
irrationaal getal	ja	nee	ja	nee	ja	nee	nee

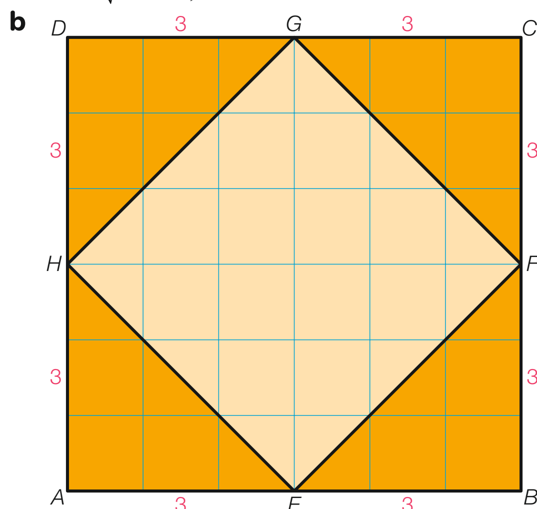
b $-\sqrt{16}$, $\sqrt{2}$, $2\frac{3}{7}$, $3{,}\overline{21}$, $\sqrt{20}$, 4π, $5\sqrt{9}$

Onderzoek Wortels benaderen

Bladzijde 48

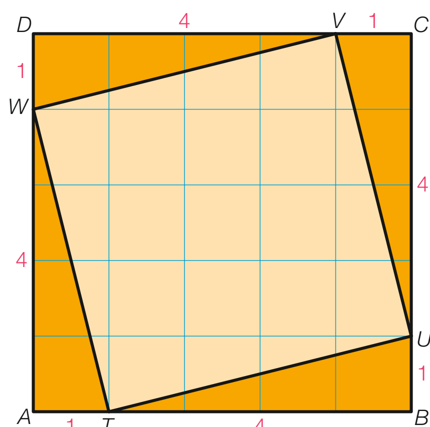
1 **a** opp. $ABCD = 3 \cdot 3 = 9$ cm^2
opp. $\triangle KBL = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$ cm^2
opp. $KLMN$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle KBL = 9 - 4 \cdot 1 = 5$ cm^2
b Meten geeft $KL \approx 22$ mm.
c Je hebt nu een benadering in één decimaal nauwkeurig van $\sqrt{5}$, namelijk $\sqrt{5} \approx 2{,}2$.

2 **a** opp. $ABCD = 4 \cdot 4 = 16$ cm^2
opp. $\triangle PBQ = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1\frac{1}{2}$ cm^2
opp. $PQRS$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle PBQ = 16 - 4 \cdot 1\frac{1}{2} = 10$ cm^2
Meten geeft $PQ \approx 3{,}2$ cm.
Dus $\sqrt{10} \approx 3{,}2$.
b

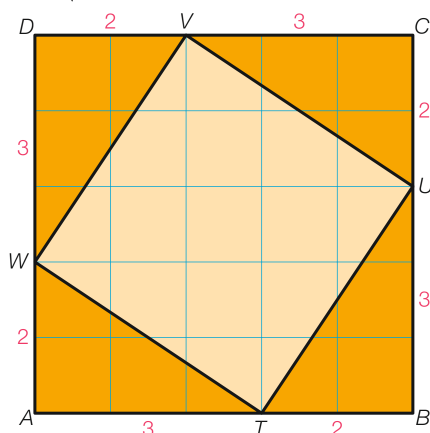


opp. $\triangle PBQ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ cm^2
opp. $PQRS$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle PBQ = 16 - 4 \cdot 2 = 8$ cm^2
Meten geeft $PQ \approx 2{,}8$ cm.
Dus $\sqrt{8} \approx 2{,}8$.

3 **a**

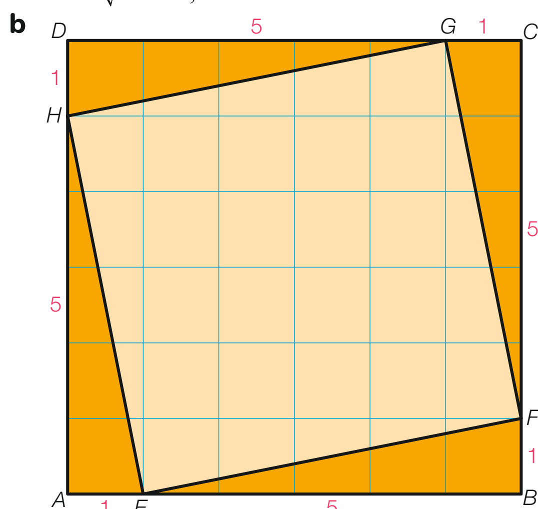


opp. $ABCD = 5 \cdot 5 = 25$ cm^2
opp. $\triangle TBU = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2$ cm^2
opp. $TUVW$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle TBU = 25 - 4 \cdot 2 = 17$ cm^2
Meten geeft $TU \approx 4{,}1$ cm.
Dus $\sqrt{17} \approx 4{,}1$.

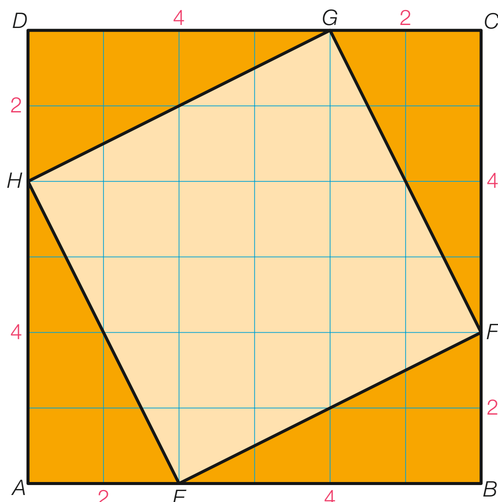


opp. $\triangle TBU = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2
opp. $TUVW$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle TBU = 25 - 4 \cdot 3 = 13$ cm^2
Meten geeft $TU \approx 3{,}6$ cm.
Dus $\sqrt{13} \approx 3{,}6$.

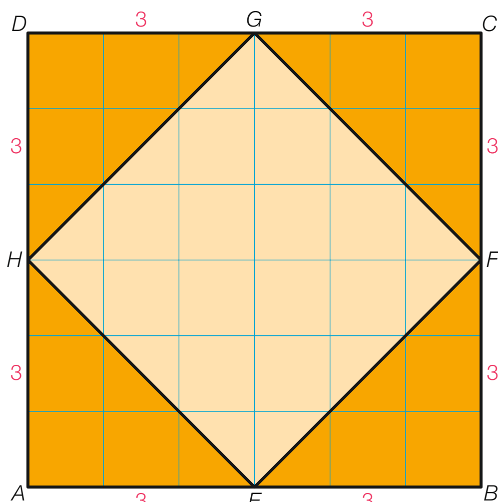
b



opp. $ABCD = 6 \cdot 6 = 36$ cm^2
opp. $\triangle EBF = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 = 2\frac{1}{2}$ cm^2
opp. $EFGH$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle EBF = 36 - 4 \cdot 2\frac{1}{2} = 26$ cm^2
Meten geeft $EF \approx 5{,}1$ cm.
Dus $\sqrt{26} \approx 5{,}1$.



opp. $\triangle EBF = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$ cm^2
opp. $EFGH$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle EBF = 36 - 4 \cdot 4 = 20$ cm^2
Meten geeft $EF \approx 4{,}5$ cm.
Dus $\sqrt{20} \approx 4{,}5$.



opp. $\triangle EBF = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4\frac{1}{2}$ cm^2
opp. $EFGH$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle EBF = 36 - 4 \cdot 4\frac{1}{2} = 18$ cm^2
Meten geeft $EF \approx 4{,}2$ cm.
Dus $\sqrt{18} \approx 4{,}2$.

Bladzijde 49

4 **a** opp. $ABCD = AB \cdot AD = (\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} + 1) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{a} \cdot 1 + 1 \cdot \sqrt{a} + 1 \cdot 1$
$= a + \sqrt{a} + \sqrt{a} + 1 = a + 2\sqrt{a} + 1$ cm^2

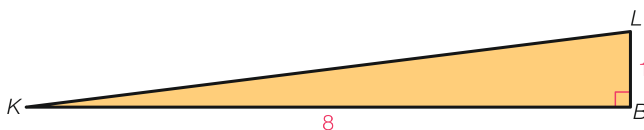
b opp. $\triangle KBL = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a} \cdot 1 = \frac{1}{2}\sqrt{a}$ cm^2

c opp. $KLMN$ = opp. $ABCD - 4 \cdot$ opp. $\triangle KBL = a + 2\sqrt{a} + 1 - 4 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{a}$
$= a + 2\sqrt{a} + 1 - 2\sqrt{a} = a + 1$ cm^2
Dus $KL = \sqrt{a+1}$ cm.

5 **a** $a = 4$ geeft $KB = \sqrt{4} = 2$ cm
Je kunt nu $\sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ benaderen.

b Je kunt nu $\sqrt{49+1} = \sqrt{50}$ benaderen.

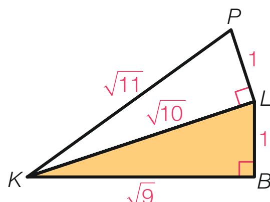
c



d Nee, dat lukt niet omdat je geen rechthoekige driehoek KBL met $\angle B = 90°$ en zijde $BK = \sqrt{2}$ cm kunt tekenen.

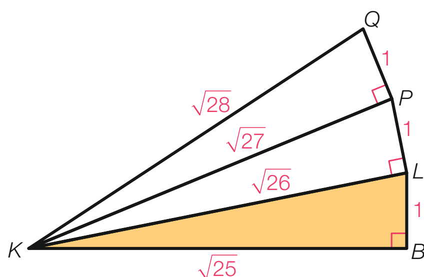
6 **a** $a = 1$ geeft $KB = \sqrt{1} = 1$ cm en $KL = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ cm.
$\triangle KLP$ is net zo'n rechthoekige driehoek als $\triangle KBL$.
In $\triangle KLP$ is $\angle L = 90°$, $LP = 1$ cm en $KL = \sqrt{2}$ cm.
Hieruit volgt dat $KP = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$ cm.
Meten geeft $KL \approx 1{,}4$ cm, dus $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ cm.
Meten geeft $KP \approx 1{,}7$ cm, dus $\sqrt{3} \approx 1{,}7$ cm.

b Neem $a = 9$.
Dan is $KB = \sqrt{9} = 3$ cm, $KL = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ cm en $KP = \sqrt{10+1} = \sqrt{11}$ cm.
Zie de figuur hieronder.



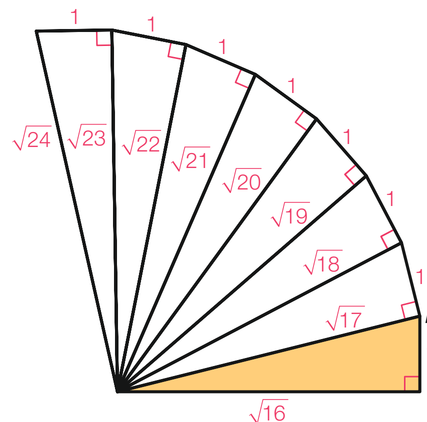
Meten geeft $KP \approx 3{,}3$ cm, dus $\sqrt{11} \approx 3{,}3$ cm.

c Neem $a = 25$.
Daarmee krijg je de figuur hieronder met $BK = \sqrt{25} = 5$ cm, $KL = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$ cm,
$KP = \sqrt{26+1} = \sqrt{27}$ cm en $KQ = \sqrt{27+1} = \sqrt{28}$ cm.

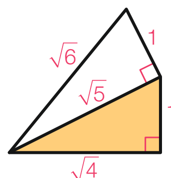


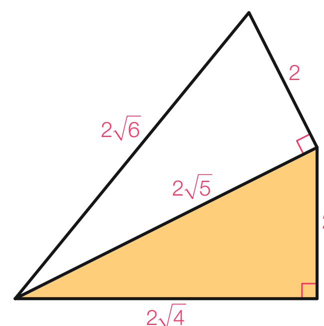
Meten geeft $KQ \approx 5{,}3$ cm, dus $\sqrt{28} \approx 5{,}3$.

7 Ga uit van $a = 16$ en teken de figuur hiernaast, met de afmetingen in cm. Een nadeel van deze manier is dat je veel driehoeken moet tekenen en dat daarbij een grote onnauwkeurigheid ontstaat.



Bij de manier hiernaast ga je uit van $\sqrt{24} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$.
Om $\sqrt{6}$ te tekenen, ga je uit van $a = 4$ en krijg je de linker figuur hieronder. Hierin zijn de afmetingen in cm.
Door nu de lengtes van alle zijden in deze figuur met 2 te vermenigvuldigen, krijg je de rechter figuur hieronder.





Meten geeft $\sqrt{24} \approx 4{,}9$.

6 De stelling van Pythagoras

Voorkennis Vergelijkingen

Bladzijde 52

1
a $x + 36 = 100$
$x = 64$
b $x + 9 = 64$
$x = 55$
c $4 + 36 = x$
$x = 40$
d $16 + x = 25$
$x = 9$

2
a $x + 5^2 = 6^2$
$x + 25 = 36$
$x = 11$
b $x = 8^2 - 2^2$
$x = 64 - 4 = 60$
c $x = 7^2 + 4^2$
$x = 49 + 16 = 65$
d $6^2 + x = 9^2$
$36 + x = 81$
$x = 45$

3
a $3^2 + 4^2 = 25$ en $5^2 = 25$, dus $3^2 + 4^2 = 5^2$ is juist.
b $4^2 + 5^2 = 41$ en $6^2 = 36$, dus $4^2 + 5^2 = 6^2$ is niet juist.
c $10^2 - 8^2 = 36$ en $6^2 = 36$, dus $10^2 - 8^2 = 6^2$ is juist.
d $13^2 - 12^2 = 25$ en $5^2 = 25$, dus $13^2 - 12^2 = 5^2$ is juist.
e $17^2 - 15^2 = 64$ en $8^2 = 64$, dus $17^2 - 15^2 = 8^2$ is juist.
f $15^2 + 20^2 = 625$ en $25^2 = 625$, dus $15^2 + 20^2 = 25^2$ is juist.
g $12^2 + 14^2 = 340$ en $16^2 = 256$, dus $12^2 + 14^2 = 16^2$ is niet juist.
h $3^2 + 2^2 = 13$ en $5^2 = 25$, dus $3^2 + 2^2 = 5^2$ is niet juist.
i $12^2 + 16^2 = 400$ en $20^2 = 400$, dus $12^2 + 16^2 = 20^2$ is juist.

4
a $\triangle ABD$ en $\triangle ACD$.
b $\triangle PQR$, $\triangle QST$, $\triangle RST$, $\triangle PRS$ en $\triangle QRS$.

6.1 Rechthoekige driehoeken

Bladzijde 53

1
a Het rode vierkant bestaat uit 16 vierkantjes.
Het gele vierkant bestaat uit 9 vierkantjes.
Het blauwe vierkant bestaat uit 25 vierkantjes.
b $16 + 9 = 25$
Het valt op dat de som van het aantal vierkantjes van het rode en het gele vierkant gelijk is aan het aantal vierkantjes van het blauwe vierkant.

Bladzijde 54

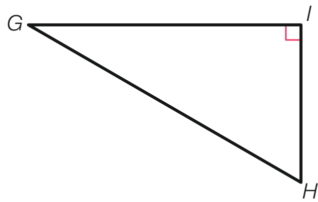
2
a oppervlakte groene vierkant = $90 + 35 = 125$ mm^2
b oppervlakte groene vierkant = $50 + 17 = 67$ mm^2
c oppervlakte groene vierkant = $140 - 120 = 20$ mm^2

3 opp. I + opp. II = opp. III, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Bladzijde 55

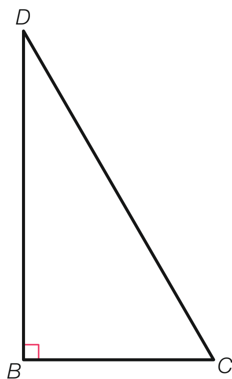
4 $DE^2 + DF^2 = EF^2$
$PR^2 + QR^2 = PQ^2$
$KL^2 + LM^2 = KM^2$

5 **a**



$GI^2 + HI^2 = GH^2$

b



$BC^2 + BD^2 = CD^2$

6 $\triangle ABC$: $AB^2 + BC^2 = AC^2$
$\triangle ABD$: $AB^2 + AD^2 = BD^2$

L1 **a** Omdat $\triangle RST$ een rechthoekige driehoek is.
b De rechthoekszijden zijn RT en ST.
c De schuine zijde is RS.
d $RT^2 + ST^2 = RS^2$

6.2 Schuine zijden berekenen

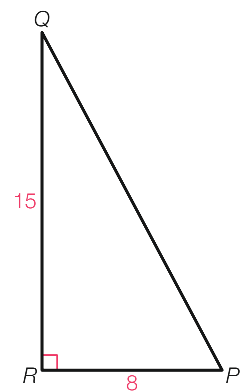
Bladzijde 56

7 **a** Uit $KL^2 = 10$ volgt $KL = \sqrt{10} \approx 3{,}16$.
b Uit $PQ^2 = 49$ volgt $PQ = \sqrt{49} = 7$.
c Uit $DE^2 = 8{,}4$ volgt $DE = \sqrt{8{,}4} \approx 2{,}90$.

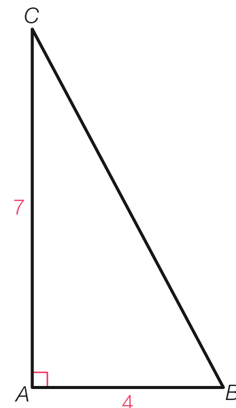
8 **a** $AB^2 + AC^2 = BC^2$
b $4^2 + 3^2 = BC^2$
$BC^2 = 25$
c $BC = \sqrt{25} = 5$ cm

Bladzijde 57

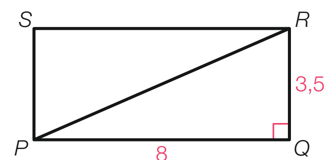
9 **a** Zie de schets hiernaast.
$\angle R = 90°$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ$
$8^2 + 15^2 = PQ^2$
$PQ^2 = 289$
$PQ = \sqrt{289} = 17$ cm



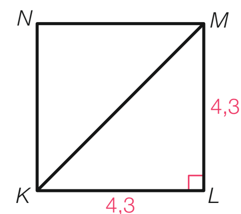
b Zie de schets hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
$4^2 + 7^2 = BC^2$
$BC^2 = 65$
$BC = \sqrt{65} \approx 8{,}1$ cm



10 **a** Zie de schets hiernaast.
$\angle Q = 90°$, dus $PQ^2 + QR^2 = PR^2$
$8^2 + 3{,}5^2 = PR^2$
$PR^2 = 76{,}25$
$PR = \sqrt{76{,}25} \approx 8{,}73$ cm

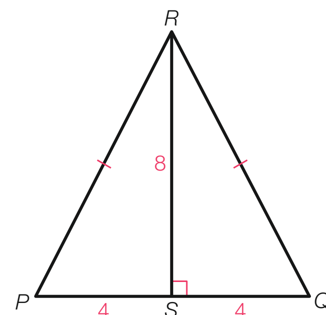


b Zie de schets hiernaast.
$\angle L = 90°$, dus $KL^2 + LM^2 = KM^2$
$4{,}3^2 + 4{,}3^2 = KM^2$
$KM^2 = 36{,}98$
$KM = \sqrt{36{,}98} \approx 6{,}08$ cm



11 In $\triangle ADS$ is $\angle S = 90°$, dus $AS^2 + DS^2 = AD^2$
$9^2 + 5^2 = AD^2$
$AD^2 = 106$
$AD = \sqrt{106}$
$AB = AD = \sqrt{106}$ (vlieger)
In $\triangle CDS$ is $\angle S = 90°$, dus $CS^2 + DS^2 = CD^2$
$4^2 + 5^2 = CD^2$
$CD^2 = 41$
$CD = \sqrt{41}$
$BC = CD = \sqrt{41}$ (vlieger)
omtrek vlieger $= 2 \cdot \sqrt{106} + 2 \cdot \sqrt{41} \approx 33{,}4$ cm

12 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle PSR$ is $\angle S = 90°$, dus $PS^2 + RS^2 = PR^2$
$4^2 + 8^2 = PR^2$
$PR^2 = 80$
$PR = \sqrt{80} = 8{,}94\ldots$
omtrek $\triangle PQR = 8 + 2 \cdot 8{,}94\ldots \approx 25{,}9$ cm



13 **a** In $\triangle KLM$ is $\angle K = 90°$, dus $KL^2 + KM^2 = LM^2$
$8^2 + 6^2 = LM^2$
$LM^2 = 100$
$LM = \sqrt{100} = 10$ cm

b opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$ cm^2, maar ook opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot LM \cdot KN = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot KN$.
Dit geeft $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot KN = 24$
$5 \cdot KN = 24$
$KN = 4{,}8$ cm

14 $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$4^2 + 7^2 = AC^2$

$AC^2 = 65$

$AC = \sqrt{65} = 8{,}06\ldots$

opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14$ cm^2, maar ook opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot 8{,}06\ldots \cdot BE$.

Dit geeft $\frac{1}{2} \cdot 8{,}06\ldots \cdot BE = 14$

$4{,}03\ldots \cdot BE = 14$

$BE \approx 3{,}5$ cm

Bladzijde 58

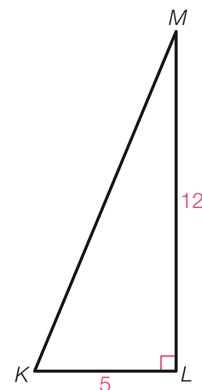
L2 Zie de schets hiernaast.

$\angle L = 90°$, dus $KL^2 + LM^2 = KM^2$

$5^2 + 12^2 = KM^2$

$KM^2 = 169$

$KM = \sqrt{169} = 13$ cm



15 Zie de schets hiernaast.

$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$1{,}2^2 + 3{,}6^2 = AC^2$

$AC^2 = 14{,}4$

$AC = \sqrt{14{,}4} = 3{,}79\ldots$

De ladder steekt $4{,}5 - 3{,}79\ldots \approx 0{,}71$ m $= 71$ cm boven de schutting uit.



Bladzijde 59

16 Zie de schets hiernaast.

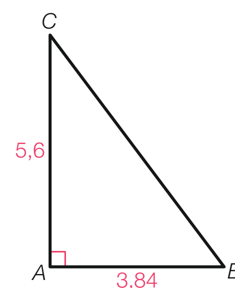
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$3{,}84^2 + 5{,}6^2 = BC^2$

$BC^2 = 46{,}1056$

$BC = \sqrt{46{,}1825} = 6{,}79\ldots$

De hoogte van de vlaggenmast was $5{,}6 + 6{,}79\ldots \approx 12{,}40$ meter.



17 Het hoogteverschil is $320 - 18 = 302$ meter.

Zie de schets hiernaast.

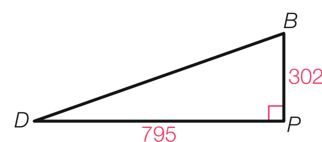
$\angle P = 90°$, dus $DP^2 + BP^2 = BD^2$

$795^2 + 302^2 = BD^2$

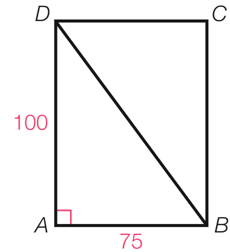
$BD^2 = 723\,229$

$BD = \sqrt{723\,229} \approx 850$

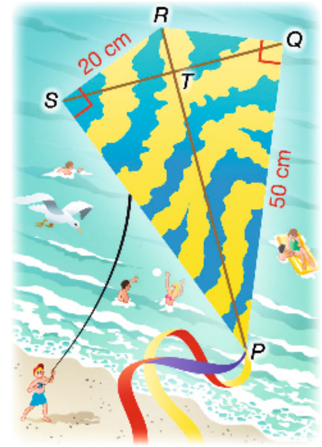
De lengte van de kabelspoorweg is ongeveer 850 meter.



18 Zie de schets hiernaast van het raam.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$
$75^2 + 100^2 = BD^2$
$BD^2 = 15\,625$
$BD = \sqrt{15\,625} = 125$
De diagonaal van het raam is 125 cm.
Dus het tafelblad met een breedte van 122 cm past door het raam.

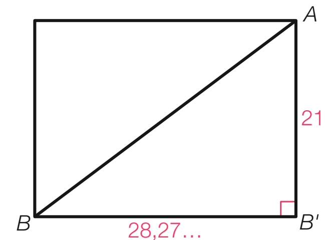


19 Zie de figuur hiernaast.
In $\triangle PRS$ is $\angle S = 90°$, dus $PS^2 + RS^2 = PR^2$
$50^2 + 20^2 = PR^2$
$PR^2 = 2900$
$PR = \sqrt{2900} = 53{,}85\ldots$
opp. $\triangle PRS = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 50 = 500$ cm^2, maar ook
opp. $\triangle PRS = \frac{1}{2} \cdot PR \cdot ST = \frac{1}{2} \cdot 53{,}85\ldots \cdot ST$.
Dit geeft $\frac{1}{2} \cdot 53{,}85\ldots \cdot ST = 500$
$26{,}92\ldots \cdot ST = 500$
$ST = 18{,}56\ldots$
De totale lengte van de latjes is $2 \cdot 18{,}56\ldots + 53{,}85\ldots \approx 91{,}0$ cm.

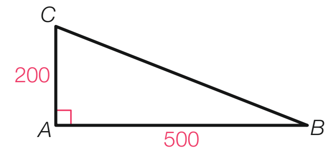


Bladzijde 60

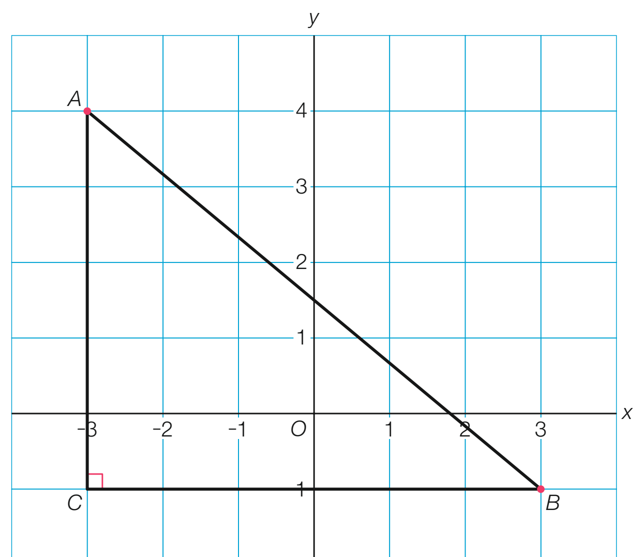
20 Hiernaast zie je een schets van de uitslag van de cilindermantel.
BB' = omtrek grondvlak cilinder $= \pi \cdot 9 = 28{,}27\ldots$
$\angle B' = 90°$, dus $B'B^2 + B'A^2 = AB^2$
$28{,}27\ldots^2 + 21^2 = AB^2$
$AB^2 = 1240{,}43\ldots$
$AB = \sqrt{1240{,}43\ldots} \approx 35{,}2$
De lengte van het touwtje is ongeveer 35,2 cm = 352 mm.



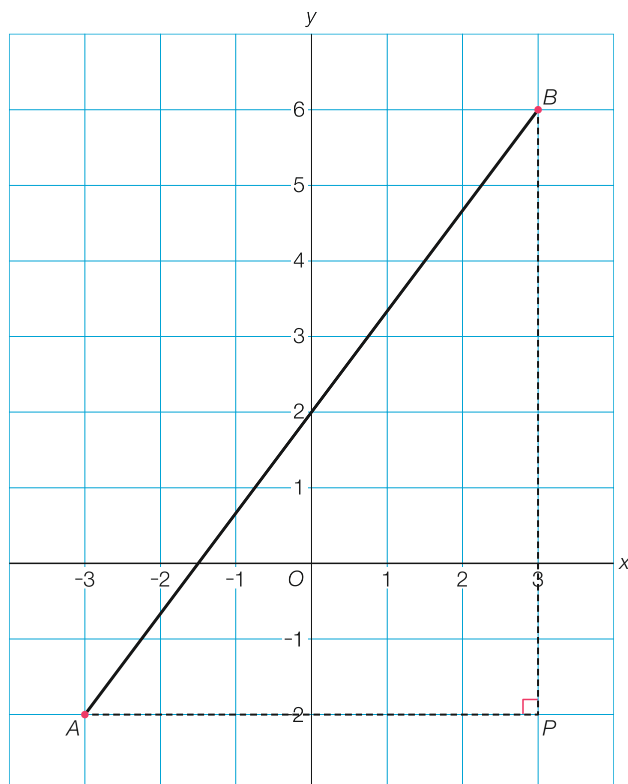
L3 Zie de schets hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
$500^2 + 200^2 = BC^2$
$BC^2 = 290\,000$
$BC = \sqrt{290\,000} \approx 539$
De route over het weiland is ongeveer 539 meter.



21 **a, b** Zie de figuur hiernaast.
c $AC = 5$ cm en $BC = 6$ cm
$\angle C = 90°$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
$5^2 + 6^2 = AB^2$
$AB^2 = 61$
$AB = \sqrt{61} \approx 7{,}8$ cm



22



$\angle P = 90°$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$

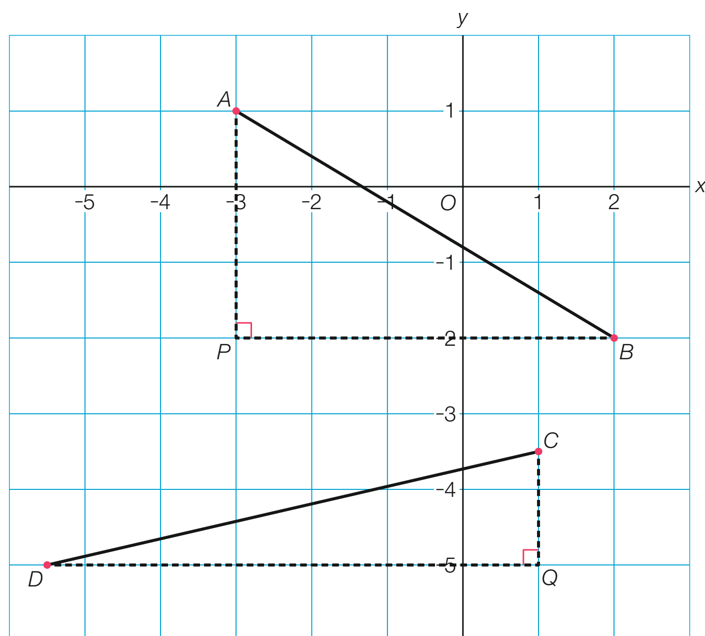
$6^2 + 8^2 = AB^2$

$AB^2 = 100$

$AB = \sqrt{100} = 10$ cm

Bladzijde 61

23



a $\angle P = 90°$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$

$3^2 + 5^2 = AB^2$

$AB^2 = 34$

$AB = \sqrt{34} \approx 5{,}8$ cm

b $\angle Q = 90°$, dus $CQ^2 + DQ^2 = CD^2$

$1{,}5^2 + 6{,}5^2 = CD^2$

$CD^2 = 44{,}5$

$CD = \sqrt{44{,}5} \approx 6{,}7$ cm

24 Zie de figuur hiernaast.

$\angle Q = 90°$, dus $AQ^2 + BQ^2 = AB^2$

$2^2 + 4^2 = AB^2$

$AB^2 = 20$

$AB = \sqrt{20}$

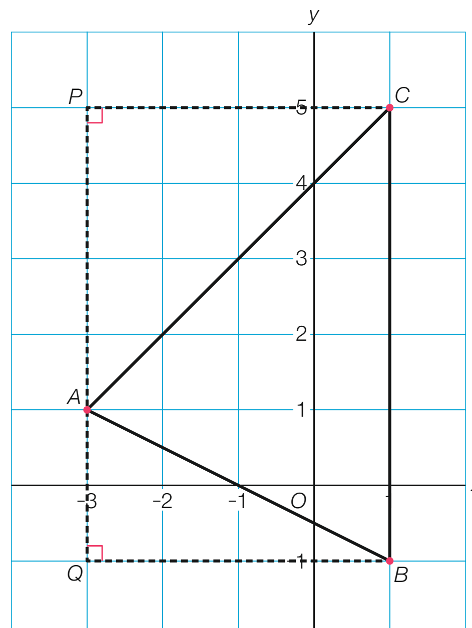
$\angle P = 90°$, dus $AP^2 + CP^2 = AC^2$

$4^2 + 4^2 = AC^2$

$AC^2 = 32$

$AC = \sqrt{32}$

omtrek $\triangle ABC = \sqrt{20} + \sqrt{32} + 6 \approx 16{,}1$ cm



25 Zie de figuur hiernaast.

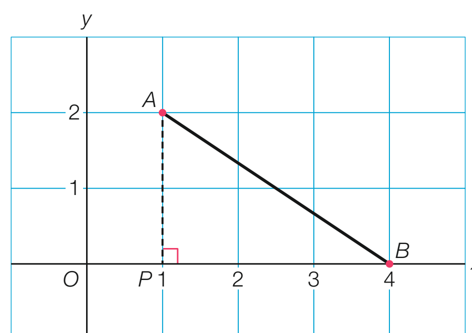
$\angle P = 90°$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$

$2^2 + 3^2 = AB^2$

$AB^2 = 13$

Dus de oppervlakte van de cirkel is

$\pi \cdot AB^2 = \pi \cdot 13 \approx 40{,}8$ cm^2.



26 *Aanpak*

- Maak een schets van lijnstuk AB en teken de rechthoekige driehoek APB.
- Bereken AP en BP.
- Bereken AB.

Uitwerking

Zie de schets hiernaast.

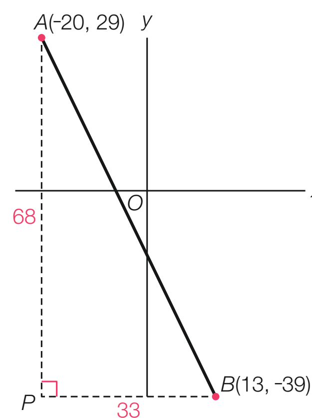
Van A naar B ga je $29 + 39 = 68$ naar beneden en $20 + 13 = 33$ naar rechts, dus $AP = 68$ en $BP = 33$.

$\angle P = 90°$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$

$68^2 + 33^2 = AB^2$

$AB^2 = 5713$

$AB = \sqrt{5713} \approx 75{,}6$ cm

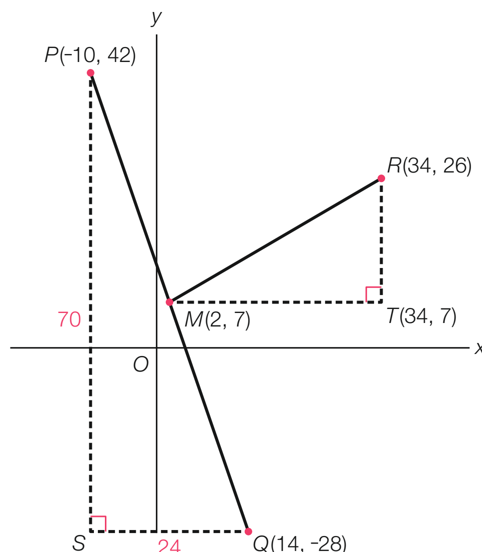


27 *Aanpak*

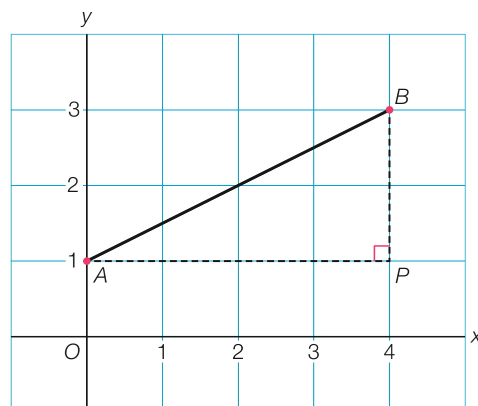
- Maak een schets van lijnstuk PQ met middelpunt M en teken de rechthoekige driehoek PSQ.
- Bereken PS en QS.
- Bereken diameter PQ en straal MP van de cirkel.
- Maak een schets van lijnstuk MR en teken de rechthoekige driehoek MTR.
- Bepaal de coördinaten van het middelpunt M van de cirkel.
- Bereken MR.

Uitwerking

Zie de schets hiernaast.
Van P naar Q ga je 42 + 28 = 70 naar beneden en 10 + 14 = 24 naar rechts, dus PS = 70 en QS = 24.
$\angle S = 90°$, dus $PS^2 + QS^2 = PQ^2$
$70^2 + 24^2 = PQ^2$
$PQ^2 = 5476$
$PQ = \sqrt{5476} = 74$
Dus de straal MP van de cirkel is 74 : 2 = 37 cm.
Van P naar middelpunt M van de cirkel ga je 24 : 2 = 12 naar rechts en 70 : 2 = 35 naar beneden, dus $M(2, 7)$.
$\angle T = 90°$, dus $MT^2 + RT^2 = MR^2$
$32^2 + 19^2 = MR^2$
$MR^2 = 1385$
$MR = \sqrt{1385} = 37{,}21\ldots$ cm
$MR > MP$, dus R ligt niet in het binnengebied van de cirkel.



L4 Zie de figuur hiernaast.
$\angle P = 90°$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$
$4^2 + 2^2 = AB^2$
$AB^2 = 20$
$AB = \sqrt{20} \approx 4{,}5$ cm



6.3 Rechthoekszijden berekenen

Bladzijde 62

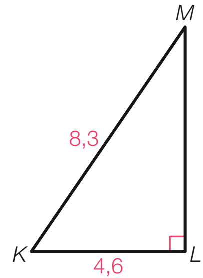
28 $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
$5^2 + BC^2 = 6^2$
$25 + BC^2 = 36$
$BC^2 = 36 - 25$
Dus de beweringen b en e zijn juist.

Bladzijde 63

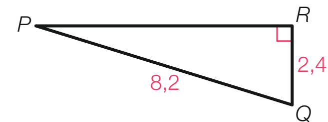
29 $\angle C = 90°$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
$5^2 + BC^2 = 6^2$
$25 + BC^2 = 36$
$BC^2 = 11$
$BC = \sqrt{11} \approx 3{,}3$ cm

$\angle E = 90°$, dus $DE^2 + EF^2 = DF^2$
$DE^2 + 1^2 = 4^2$
$DE^2 + 1 = 16$
$DE^2 = 15$
$DE = \sqrt{15} \approx 3,9$ cm

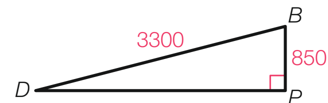
30 **a** Zie de schets hiernaast.
$\angle L = 90°$, dus $KL^2 + LM^2 = KM^2$
$4,6^2 + LM^2 = 8,3^2$
$21,16 + LM^2 = 68,89$
$LM^2 = 47,73$
$LM = \sqrt{47,73} \approx 6,9$ cm



b Zie de schets hiernaast.
$\angle R = 90°$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ^2$
$PR^2 + 2,4^2 = 8,2^2$
$PR^2 + 5,76 = 67,24$
$PR^2 = 61,48$
$PR = \sqrt{61,48} \approx 7,8$ cm



31 Het hoogteverschil is 2600 − 1750 = 850 meter.
Zie de schets hiernaast.
$\angle P = 90°$, dus $DP^2 + BP^2 = DB^2$
$DP^2 + 850^2 = 3300^2$
$DP^2 + 722\,500 = 10\,890\,000$
$DP^2 = 10\,167\,500$
$DP = \sqrt{10167500} = 3188,6\ldots$
Dus de horizontale afstand tussen dal- en bergstation is ongeveer 3190 meter.



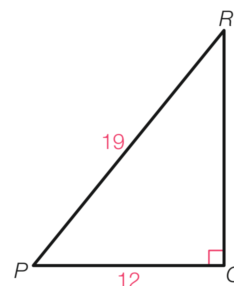
32 In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90°$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
$6^2 + BC^2 = 10^2$
$36 + BC^2 = 100$
$BC^2 = 64$
$BC = \sqrt{64} = 8$
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ cm^2, maar ook
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot CD$.
Dit geeft $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot CD = 24$
$5 \cdot CD = 24$
$CD = 4,8$ cm

33 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
$8^2 + 6^2 = AC^2$
$AC^2 = 100$
$AC = \sqrt{100} = 10$
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ cm^2, maar ook
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot BF$.
Dit geeft $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot BF = 24$
$5 \cdot BF = 24$
$BF = 4,8$ cm
In $\triangle BCF$ is $\angle F = 90°$, dus $BF^2 + CF^2 = BC^2$
$4,8^2 + CF^2 = 6^2$
$23,04 + CF^2 = 36$
$CF^2 = 12,96$
$CF = \sqrt{12,96} = 3,6$
Vanwege symmetrie geldt $AE = CF = 3,6$.
$EF = 10 - 2 \cdot 3,6 = 2,8$ cm

Bladzijde 64

L5 Zie de schets hiernaast.

$\angle Q = 90°$, dus $PQ^2 + QR^2 = PR^2$
$12^2 + QR^2 = 19^2$
$144 + QR^2 = 361$
$QR^2 = 217$
$QR = \sqrt{217} \approx 14{,}7$ cm



34 **a** $64 + 35 = 99$, oftewel de som van de oppervlaktes van de kleine vierkanten is niet gelijk aan de oppervlakte van het grote vierkant. De rode driehoek is dus niet rechthoekig.

b $105 + 39 = 144$, oftewel de som van de oppervlaktes van de kleine vierkanten is gelijk aan de oppervlakte van het grote vierkant. De rode driehoek is dus rechthoekig.

Bladzijde 65

35
$\left.\begin{array}{l} AC^2 + BC^2 = 30^2 + 12{,}5^2 = 1056{,}25 \\ AB^2 = 33{,}75^2 = 1139{,}0625 \end{array}\right\} AC^2 + BC^2 \neq AB^2$, dus $\triangle ABC$ is niet rechthoekig.

$\left.\begin{array}{l} KM^2 + LM^2 = 12^2 + 15^2 = 369 \\ KL^2 = 19^2 = 361 \end{array}\right\} KM^2 + LM^2 \neq KL^2$, dus $\triangle KLM$ is niet rechthoekig.

$\left.\begin{array}{l} PQ^2 + PR^2 = 35^2 + 12^2 = 1369 \\ QR^2 = 37^2 = 1369 \end{array}\right\} PQ^2 + PR^2 = QR^2$, dus $\angle P = 90°$.

36 In $\triangle KMP$ is $\angle M = 90°$, dus $KM^2 + MP^2 = KP^2$
$KM^2 + 18^2 = 30^2$
$KM^2 + 324 = 900$
$KM^2 = 576$

In $\triangle KLQ$ is $\angle L = 90°$, dus $KL^2 + LQ^2 = KQ^2$
$KL^2 + 7{,}5^2 = 12{,}5^2$
$KL^2 + 56{,}25 = 156{,}25$
$KL^2 = 100$

In $\triangle LMR$ is $\angle R = 90°$, dus $LR^2 + MR^2 = LM^2$
$15{,}6^2 + 20{,}8^2 = LM^2$
$LM^2 = 676$

$\left.\begin{array}{l} KL^2 + KM^2 = 100 + 576 = 676 \\ LM^2 = 676 \end{array}\right\} KL^2 + KM^2 = LM^2$, dus $\angle K = 90°$.

37 In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$
$AD^2 + 12^2 = 13^2$
$AD^2 + 144 = 169$
$AD^2 = 25$
$AD = \sqrt{25} = 5$

In $\triangle BCD$ is $\angle D = 90°$, dus $BD^2 + CD^2 = BC^2$
$35^2 + 12^2 = BC^2$
$BC^2 = 1369$

$AB = 5 + 35 = 40$

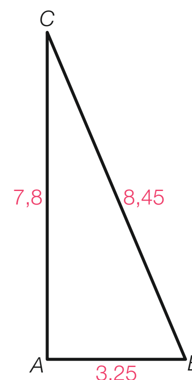
$\left.\begin{array}{l} AC^2 + BC^2 = 13^2 + 1369 = 1538 \\ AB^2 = 40^2 = 1600 \end{array}\right\} AC^2 + BC^2 \neq AB^2$, dus $\triangle ABC$ is niet rechthoekig.

Bladzijde 66

38 Zie de schets hiernaast.

$$\left.\begin{array}{l} AB^2 + AC^2 = 3{,}25^2 + 7{,}8^2 = 71{,}4025 \\ BC^2 = 8{,}45^2 = 71{,}4025 \end{array}\right\} AB^2 + AC^2 = BC^2\text{, dus } \angle A = 90°.$$

De mast staat dus recht.



39 In $\triangle CDE$ is

$$\left.\begin{array}{l} DE^2 + CE^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = 48 \\ CD^2 = (4\sqrt{3})^2 = 48 \end{array}\right\} DE^2 + CE^2 = CD^2\text{, dus } \angle E_2 = 90°.$$

In $\triangle BED$ is $\angle E_1 = 180° - 90° = 90°$ (gestrekte hoek), dus $BE^2 + DE^2 = BD^2$

$2^2 + (2\sqrt{3})^2 = BD^2$

$BD^2 = 16$

$\angle D_3 = 180° - 90° - 30° = 60°$ (hoekensom driehoek)

$\angle D_1 = 180° - 60° - 30° = 90°$ (gestrekte hoek)

In $\triangle ABD$ is $\angle D_1 = 90°$, dus $AD^2 + BD^2 = AB^2$

$AD^2 + 16 = (4\sqrt{2})^2$

$AD^2 + 16 = 32$

$AD^2 = 16$

$AD = \sqrt{16} = 4$

$AD = BD = 4$, dus $\triangle ABD$ is gelijkbenig met $\angle D_1 = 90°$.

$\angle A + \angle B_1 = 180° - 90° = 90°$ (hoekensom driehoek)

$\angle A = \angle B_1 = 90° : 2 = 45°$ (basishoeken)

L6

$$\left.\begin{array}{l} KM^2 + LM^2 = 13^2 + 84^2 = 7225 \\ KL^2 = 85^2 = 7225 \end{array}\right\} KM^2 + LM^2 = KL^2\text{, dus } \angle M = 90°.$$

$$\left.\begin{array}{l} PQ^2 + QR^2 = 45^2 + 47^2 = 4234 \\ PR^2 = 65^2 = 4225 \end{array}\right\} PQ^2 + QR^2 \neq PR^2\text{, dus } \triangle PQR \text{ is niet rechthoekig.}$$

6.4 De stelling van Pythagoras toepassen

Bladzijde 67

40 De beweringen c en d zijn waar.

41 Zie de schets hiernaast.

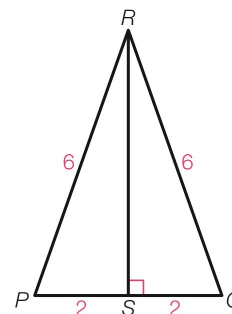
In $\triangle PSR$ is $\angle S = 90°$, dus $PS^2 + RS^2 = PR^2$

$2^2 + RS^2 = 6^2$

$4 + RS^2 = 36$

$RS^2 = 32$

$RS = \sqrt{32} \approx 5{,}7$ cm



42 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle PAR$ is $\angle A = 90°$, dus $AP^2 + AR^2 = PR^2$

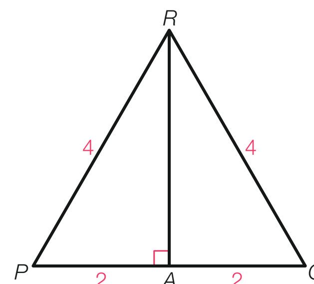
$2^2 + AR^2 = 4^2$

$4 + AR^2 = 16$

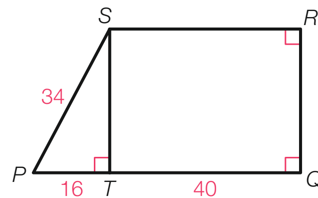
$AR^2 = 12$

$AR = \sqrt{12} = 3{,}464\ldots$

opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3{,}464\ldots \approx 6{,}93$ cm^2

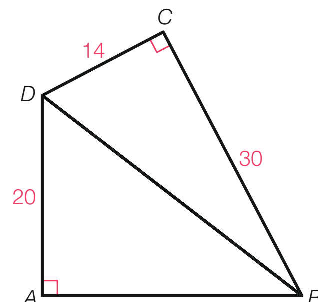


43 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle PTS$ is $\angle T = 90°$, dus $PT^2 + ST^2 = PS^2$
$16^2 + ST^2 = 34^2$
$256 + ST^2 = 1156$
$ST^2 = 900$
$ST = \sqrt{900} = 30$
opp. $PQRS = \frac{1}{2}(56 + 40) \cdot 30 = 1440$ mm^2

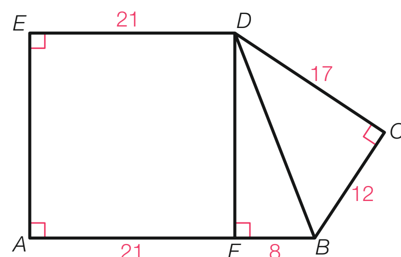


Bladzijde 68

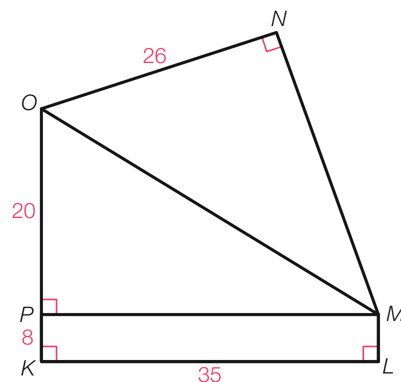
44 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle BCD$ is $\angle C = 90°$, dus $BC^2 + CD^2 = BD^2$
$30^2 + 14^2 = BD^2$
$BD^2 = 1096$
In $\triangle ABD$ is $\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$
$AB^2 + 20^2 = 1096$
$AB^2 + 400 = 1096$
$AB^2 = 696$
$AB = \sqrt{696} \approx 26{,}4$ mm



45 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle BCD$ is $\angle C = 90°$, dus $BC^2 + CD^2 = BD^2$
$12^2 + 17^2 = BD^2$
$BD^2 = 433$
In $\triangle BDF$ is $\angle F = 90°$, dus $BF^2 + DF^2 = BD^2$
$8^2 + DF^2 = 433$
$64 + DF^2 = 433$
$DF^2 = 369$
$DF = \sqrt{369} \approx 19{,}2$, dus $AE \approx 19{,}2$ mm

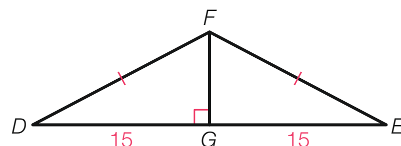


Zie de schets hiernaast.
In $\triangle MOP$ is $\angle P = 90°$, dus $MP^2 + OP^2 = MO^2$
$35^2 + 20^2 = MO^2$
$MO^2 = 1625$
In $\triangle MNO$ is $\angle N = 90°$, dus $MN^2 + NO^2 = MO^2$
$MN^2 + 26^2 = 1625$
$MN^2 + 676 = 1625$
$MN^2 = 949$
$MN = \sqrt{949} \approx 30{,}8$ mm



46 **a** Zie de schets hiernaast.
opp. $\triangle DEF = 120$ cm^2 geeft $\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot FG = 120$
$15 \cdot FG = 120$
$FG = 8$ cm

b In $\triangle DGF$ is $\angle G = 90°$, dus $DG^2 + FG^2 = DF^2$
$15^2 + 8^2 = DF^2$
$DF^2 = 289$
$DF = \sqrt{289} = 17$
Dus de omtrek van $\triangle DEF$ is $30 + 2 \cdot 17 = 64$ cm.



47 Zie de schets hiernaast.

QS is de hoogte die hoort bij zijde PR.

opp. $\triangle PQR = 60 \text{ cm}^2$ geeft $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot QS = 60$

$5 \cdot QS = 60$

$QS = 12$

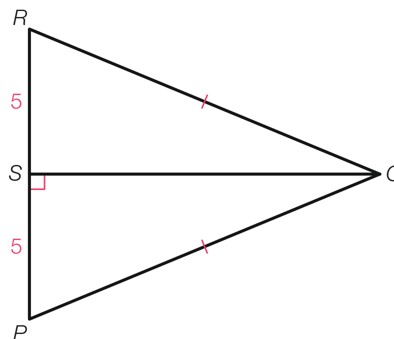
In $\triangle PQS$ is $\angle S = 90°$, dus $PS^2 + QS^2 = PQ^2$

$5^2 + 12^2 = PQ^2$

$PQ^2 = 169$

$PQ = \sqrt{169} = 13$

Dus de omtrek van $\triangle PQR$ is $10 + 2 \cdot 13 = 36$ cm.



48 Zie de schets hiernaast.

Er geldt opp. $ABCD = \frac{1}{2}(14 + 8) \cdot CE = 33$

$11CE = 33$

$CE = 3$

In $\triangle BCE$ is $\angle E = 90°$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$

$BE^2 + 3^2 = 5^2$

$BE^2 + 9 = 25$

$BE^2 = 16$

$BE = \sqrt{16} = 4$

$AF = 14 - 8 - 4 = 2$

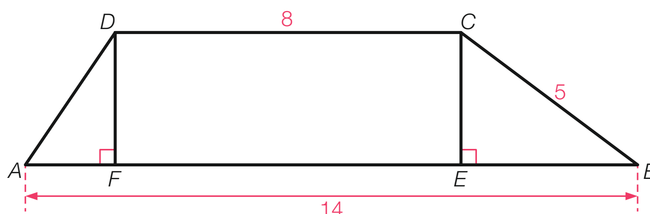
In $\triangle AFD$ is $\angle F = 90°$, dus $AF^2 + DF^2 = AD^2$

$2^2 + 3^2 = AD^2$

$AD^2 = 13$

$AD = \sqrt{13} = 3{,}60\ldots$

De omtrek van het trapezium is $14 + 5 + 8 + 3{,}60\ldots \approx 30{,}6$ cm.



49 Zie de schets hiernaast.

opp. $\triangle TVW = 336 : 2 = 168 \text{ cm}^2$ geeft $\frac{1}{2} \cdot 48 \cdot SW = 168$

$24 \cdot SW = 168$

$SW = 7$

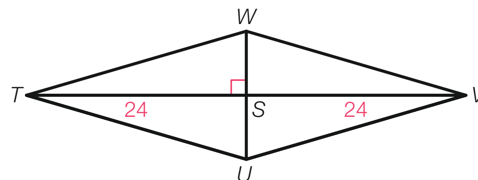
In $\triangle TSW$ is $\angle S = 90°$, dus $TS^2 + SW^2 = TW^2$

$24^2 + 7^2 = TW^2$

$TW^2 = 625$

$TW = \sqrt{625} = 25$

De omtrek van de ruit is $4 \cdot 25 = 100$ cm.



L7 Zie de schets hiernaast.

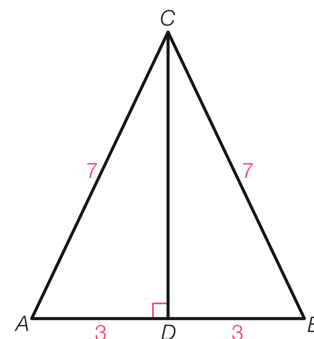
In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$3^2 + CD^2 = 7^2$

$9 + CD^2 = 49$

$CD^2 = 40$

$CD = \sqrt{40} \approx 6{,}3$ cm



Bladzijde 69

50 Zie de schets hiernaast.

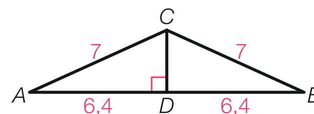
In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$6{,}4^2 + CD^2 = 7^2$

$CD^2 = 7^2 - 6{,}4^2 = 8{,}04$

$CD = \sqrt{8{,}04} = 2{,}83\ldots$

De hoogte van de kas is $3{,}2 + 2{,}83\ldots \approx 6{,}0$ meter.



Bladzijde 70

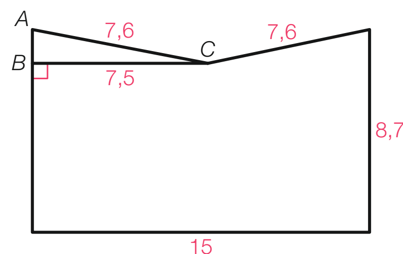
51 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$AB^2 + 7{,}5^2 = 7{,}6^2$

$AB^2 = 7{,}6^2 - 7{,}5^2 = 1{,}51$

$AB = \sqrt{1{,}51} = 1{,}228\ldots$

De onderkant van het verkeerslicht hangt op een hoogte van $8{,}7 - 0{,}9 - 1{,}228\ldots \approx 6{,}57$ meter, dus een 6,5 meter hoge takelwagen kan onder het verkeerslicht door rijden.



52 **a** opp. trapezium $= \frac{1}{2} \cdot$ som evenwijdige zijden $\cdot$ hoogte

$= \frac{1}{2}(9 + 15) \cdot AD$

b opp. tuin = 96 m² geeft $\frac{1}{2}(9 + 15) \cdot AD = 96$

$\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot AD = 96$

$12AD = 96$

$AD = 8$

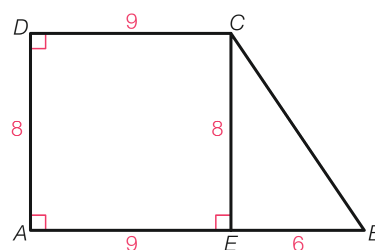
Zie de schets hiernaast.
$\angle E = 90°$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$

$6^2 + 8^2 = BC^2$

$BC^2 = 100$

$BC = \sqrt{100} = 10$

De omtrek van de tuin is 15 + 10 + 9 + 8 = 42 meter.



53 opp. tuin = 96 m² geeft $\frac{1}{2}(9 + 15) \cdot AD = 96$

$\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot AD = 96$

$12AD = 96$

$AD = 8$

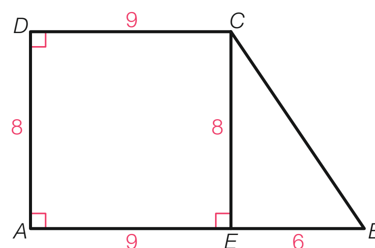
Zie de schets hiernaast.
$\angle E = 90°$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$

$6^2 + 8^2 = BC^2$

$BC^2 = 100$

$BC = \sqrt{100} = 10$

De omtrek van de tuin is 15 + 10 + 9 + 8 = 42 meter.



54 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle FDE$ is $\angle F = 90°$, dus $DF^2 + EF^2 = DE^2$

$3^2 + EF^2 = 3{,}75^2$

$EF^2 = 3{,}75^2 - 3^2 = 5{,}0625$

$EF = \sqrt{5{,}0625} = 2{,}25$

$AF = 4{,}75 - 2{,}25 = 2{,}5$

$CG = 3{,}8 - 2{,}5 = 1{,}3$

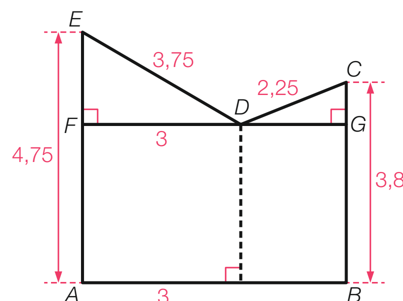
In $\triangle DGC$ is $\angle G = 90°$, dus $DG^2 + CG^2 = CD^2$

$DG^2 + 1{,}3^2 = 2{,}25^2$

$DG^2 = 2{,}25^2 - 1{,}3^2 = 3{,}3725$

$DG = \sqrt{3{,}3725} = 1{,}836\ldots$

De breedte van de steeg is $3 + 1{,}836\ldots \approx 4{,}8$ meter.



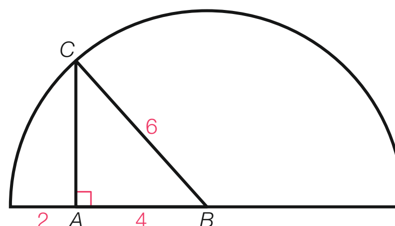
55 Zie de schets hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$4^2 + AC^2 = 6^2$

$AC^2 = 6^2 - 4^2 = 20$

$AC = \sqrt{20} = 4{,}47\ldots$

De hoogte van de afscheiding is ongeveer 4,5 meter.



Bladzijde 71

56 Zie de schets hiernaast.

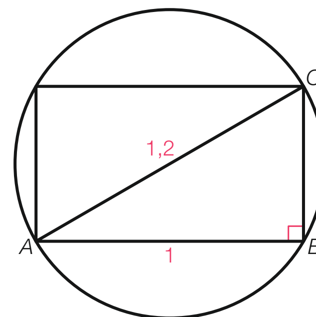
$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$1^2 + BC^2 = 1{,}2^2$

$BC^2 = 1{,}2^2 - 1^2 = 0{,}44$

$BC = \sqrt{0{,}44} = 0{,}663\ldots$

De balk bestaat uit $1 \cdot 0{,}663\ldots \cdot 10 \approx 6{,}63$ m^3 hout.



57 Zie de schets hiernaast.

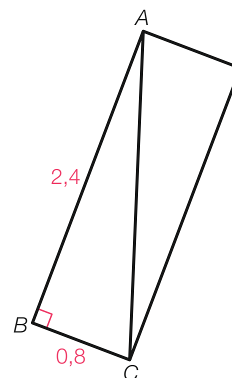
$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$2{,}4^2 + 0{,}8^2 = AC^2$

$AC^2 = 6{,}4$

$AC = \sqrt{6{,}4} \approx 2{,}53$ m

Dit is minder dan 2,55 m, dus het is mogelijk om de gekantelde kast rechtop te zetten.



L8 Zie de schets hiernaast.

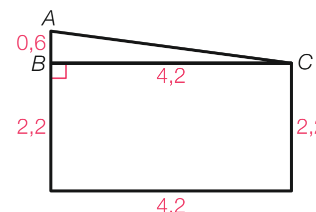
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$0{,}6^2 + 4{,}2^2 = AC^2$

$AC^2 = 18$

$AC = \sqrt{18} \approx 4{,}24$

De lengte van het schuine dak is ongeveer 4,24 meter.



6.5 Pythagoras in de ruimte

Bladzijde 72

58
a lijn m
b lijn k
c lijn l

59 **a** Zie de schets hiernaast met het bovenaanzicht van de balk.

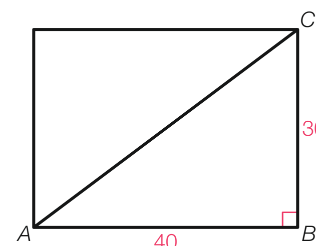
$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$40^2 + 30^2 = AC^2$

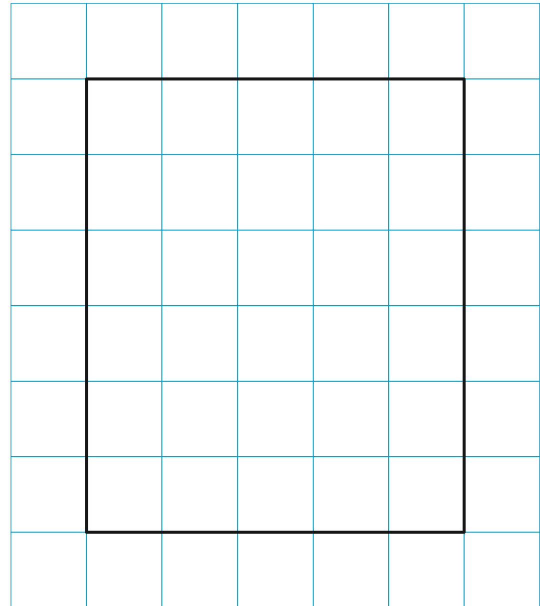
$AC^2 = 2500$

$AC = \sqrt{2500} = 50$

De doorsnede is dus een rechthoek van 50 bij 60 cm.



Op schaal 1 : 10 geeft dit de figuur hiernaast.



b Zie de schets hiernaast met het bovenaanzicht van de kubus.

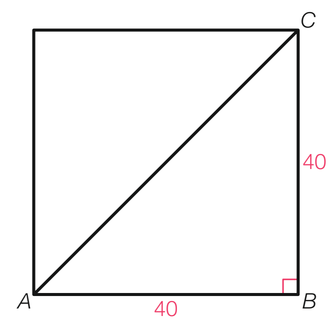
$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$40^2 + 40^2 = AC^2$

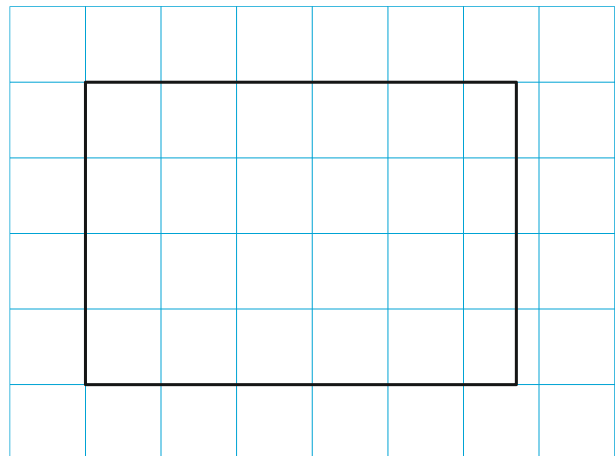
$AC^2 = 3200$

$AC = \sqrt{3200} \approx 57$

De doorsnede is dus een rechthoek van ongeveer 57 bij 40 cm.



Op schaal 1 : 10 geeft dit de figuur hiernaast.



Bladzijde 73

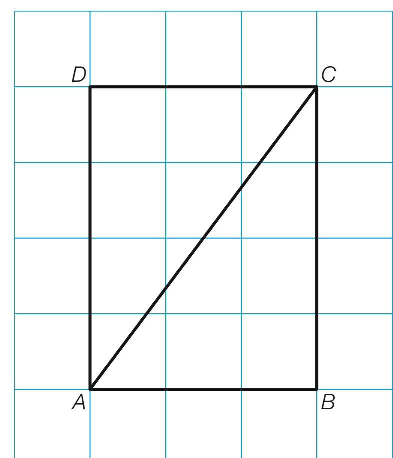
60 **a** Zie de figuur hiernaast.

$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

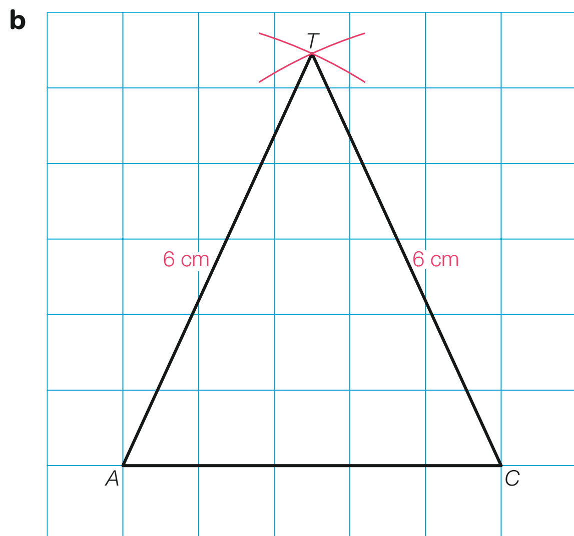
$3^2 + 4^2 = AC^2$

$AC^2 = 25$

$AC = \sqrt{25} = 5$ cm



b



c Zie de schets hiernaast.

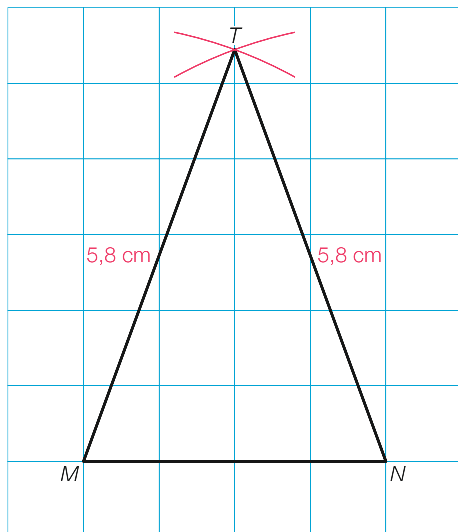
$\angle M = 90°$, dus $AM^2 + MT^2 = AT^2$

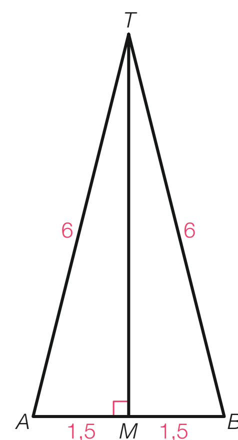
$1{,}5^2 + MT^2 = 6^2$

$MT^2 = 6^2 - 1{,}5^2 = 33{,}75$

$MT = \sqrt{33{,}75} \approx 5{,}8$ cm

Dus $NT = MT \approx 5{,}8$ cm.





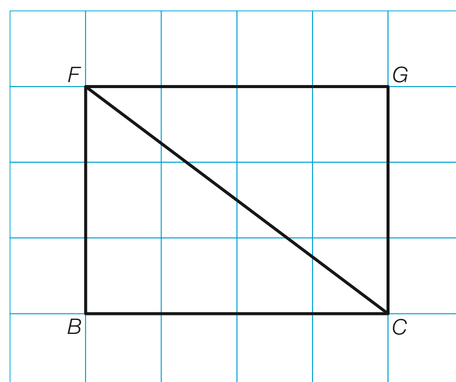
61 **a** Zie de figuur hiernaast.

$\angle B = 90°$, dus $BC^2 + BF^2 = CF^2$

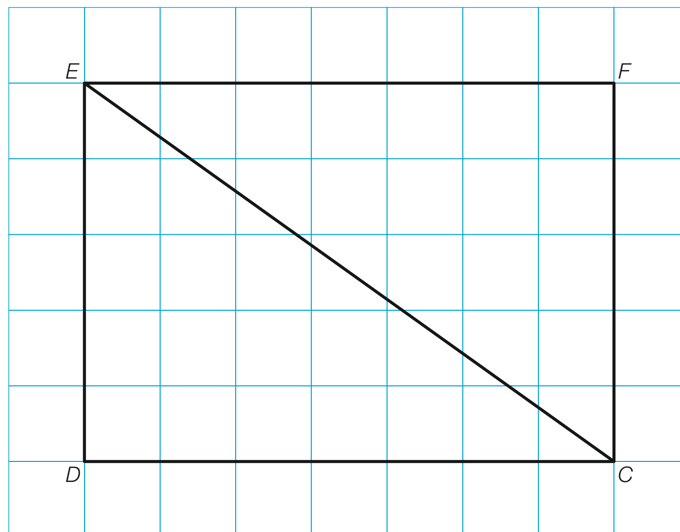
$4^2 + 3^2 = CF^2$

$CF^2 = 25$

$CF = \sqrt{25} = 5$ cm

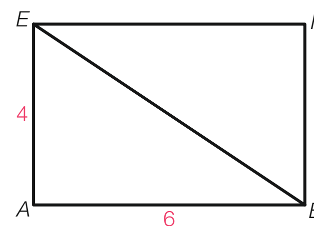


b, **c** Zie de figuur hiernaast.
DCFE is een rechthoek.
De zijden *CD* en *EF* zijn 7 cm, en de zijden *CF* en *DE* zijn 5 cm.
$\angle D = 90°$, dus $DC^2 + DE^2 = CE^2$
$7^2 + 5^2 = CE^2$
$CE^2 = 74$
$CE = \sqrt{74} \approx 8{,}60$ cm

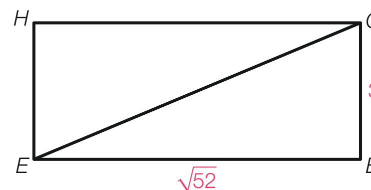


Bladzijde 74

62 **a** Zie de schets hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AE^2 = BE^2$
$6^2 + 4^2 = BD^2$
$BE^2 = 52$

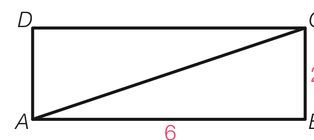


Zie de schets hiernaast.
$\angle B = 90°$, dus $BC^2 + BE^2 = CE^2$
$3^2 + 52 = CE^2$
$CE^2 = 61$
$CE = \sqrt{61} \approx 7{,}8$ cm

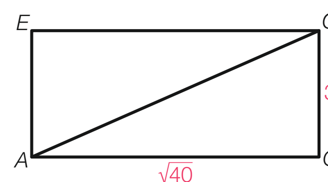


b Diagonaalvlak *CDEF*.

63 Zie de schets hiernaast.
$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
$6^2 + 2^2 = BG^2$
$AC^2 = 40$

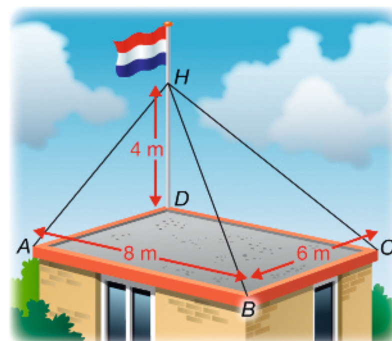


Zie de schets hiernaast.
$\angle C = 90°$, dus $AC^2 + CG^2 = AG^2$
$40 + 3^2 = AG^2$
$AG^2 = 49$
$AG = \sqrt{49} = 7$ cm

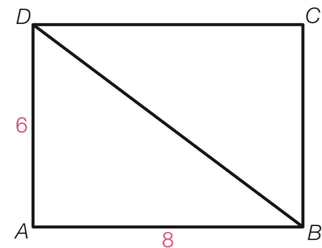


Bladzijde 75

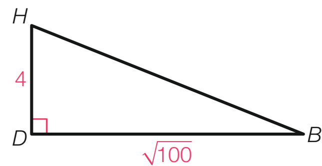
64 Zie de figuur hiernaast.



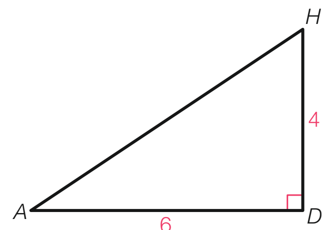
Zie de schets hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$
$8^2 + 6^2 = BD^2$
$BD^2 = 100$



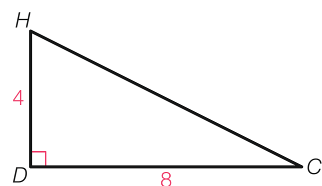
Zie de schets van $\triangle DBH$ hiernaast.
$\angle D = 90°$, dus $BD^2 + DH^2 = BH^2$
$100 + 4^2 = BH^2$
$BH^2 = 116$
$BH = \sqrt{116}$



Zie de schets van $\triangle ADH$ hiernaast.
$\angle D = 90°$, dus $AD^2 + DH^2 = AH^2$
$6^2 + 4^2 = AH^2$
$AH^2 = 52$
$AH = \sqrt{52}$

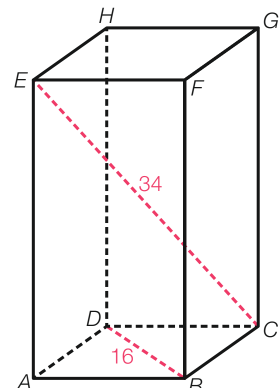


Zie de schets van $\triangle DCH$ hiernaast.
$\angle D = 90°$, dus $CD^2 + DH^2 = CH^2$
$8^2 + 4^2 = CH^2$
$CH^2 = 80$
$CH = \sqrt{80}$
De totale lengte van de draden is $\sqrt{116} + \sqrt{52} + \sqrt{80} \approx 26{,}93$ meter.

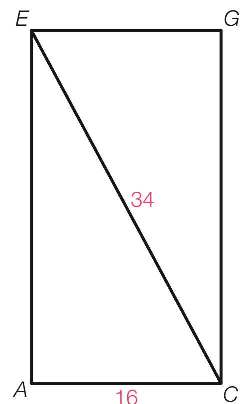


65 *Aanpak*
Gebruik een diagonaalvlak waarin je de gegeven lengten kunt gebruiken om de hoogte van de balk te berekenen.

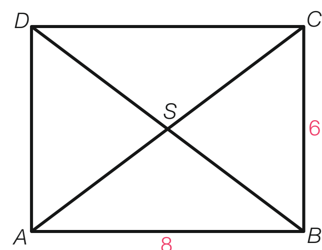
Uitwerking
Zie de schets hiernaast.
$AC = BD = 16$, dus gebruik diagonaalvlak $ACGE$.



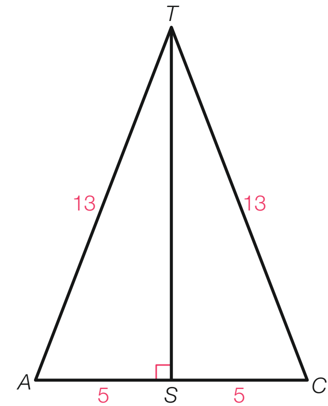
Zie de schets hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AC^2 + AE^2 = CE^2$
$16^2 + AE^2 = 34^2$
$AE^2 = 34^2 - 16^2 = 900$
$AE = \sqrt{900} = 30$
Dus de hoogte van de balk is 30 cm.



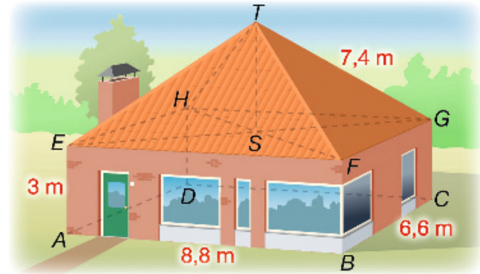
66 **a** Zie de schets hiernaast.
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
$8^2 + 6^2 = AC^2$
$AC^2 = 100$
$AC = \sqrt{100} = 10$ cm



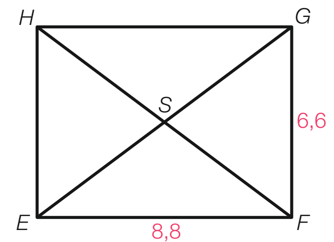
b Zie de schets van driehoek ACT hiernaast.
In $\triangle AST$ is $\angle S = 90°$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$
$5^2 + ST^2 = 13^2$
$ST^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
$ST = \sqrt{144} = 12$ cm



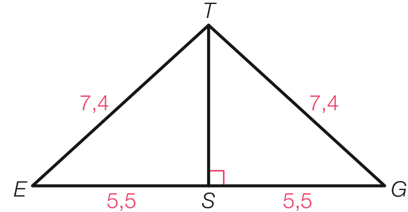
67 **a** Zie de figuur hiernaast.



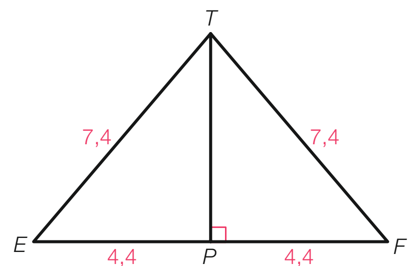
Zie de schets hiernaast met het grondvlak van het dak.
In $\triangle EFG$ is $\angle F = 90°$, dus $EF^2 + FG^2 = EG^2$
$8{,}8^2 + 6{,}6^2 = EG^2$
$EG^2 = 121$
$EG = \sqrt{121} = 11$



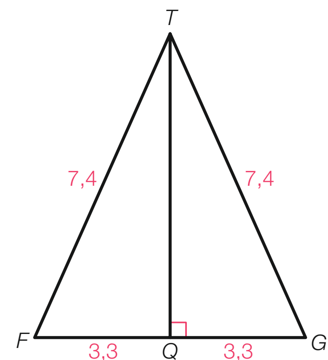
Zie de schets hiernaast met een doorsnede van het dak.
In $\triangle EST$ is $\angle S = 90°$, dus $ES^2 + ST^2 = ET^2$
$5{,}5^2 + ST^2 = 7{,}4^2$
$ST^2 = 7{,}4^2 - 5{,}5^2 = 24{,}51$
$ST = \sqrt{24{,}51} = 4{,}95\ldots$
Dus de hoogte van het huis is $3 + 4{,}95\ldots \approx 8{,}0$ meter.



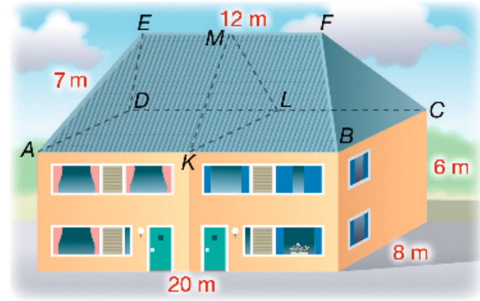
b Zie de schets hiernaast met zijvlak EFT van het dak.
In $\triangle EPT$ is $\angle P = 90°$, dus $EP^2 + PT^2 = ET^2$
$4{,}4^2 + PT^2 = 7{,}4^2$
$PT^2 = 7{,}4^2 - 4{,}4^2 = 35{,}4$
$PT = \sqrt{35{,}4} = 5{,}949\ldots$
opp. $\triangle EFT = \frac{1}{2} \cdot 8{,}8 \cdot 5{,}949\ldots = 26{,}179\ldots$ m^2



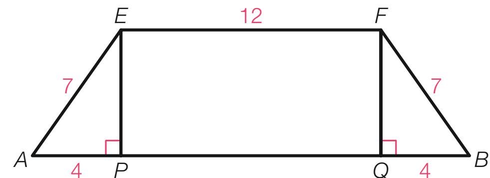
Zie de schets hiernaast met zijvlak FGT van het dak.
In $\triangle FQT$ is $\angle Q = 90°$, dus $FQ^2 + QT^2 = FT^2$
$3{,}3^2 + QT^2 = 7{,}4^2$
$QT^2 = 7{,}4^2 - 3{,}3^2 = 43{,}87$
$QT = \sqrt{43{,}87} = 6{,}623\ldots$
opp. $\triangle FGT = \frac{1}{2} \cdot 6{,}6 \cdot 6{,}623\ldots = 21{,}857\ldots$ m^2
Dus de totale oppervlakte van het dak is
$2 \cdot 26{,}179\ldots + 2 \cdot 21{,}857\ldots \approx 96{,}07$ m^2.



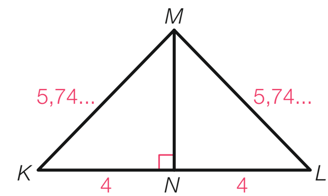
68 **a** Zie de figuur hiernaast.



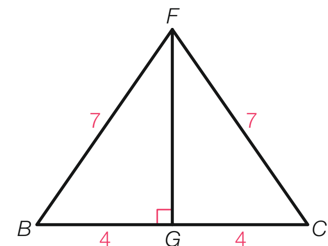
Zie de schets hiernaast met trapezium $ABFE$.
In $\triangle QBF$ is $\angle Q = 90°$, dus $BQ^2 + FQ^2 = BQ^2$
$4^2 + FQ^2 = 7^2$
$FQ^2 = 7^2 - 4^2 = 33$
$FQ = \sqrt{33} = 5{,}74\ldots$



Zie de schets hiernaast met doorsnede KLM van het dak.
$KM = LM = FQ = 5{,}74\ldots$
In $\triangle KNM$ is $\angle N = 90°$, dus $KN^2 + MN^2 = KM^2$
$4^2 + MN^2 = 33$
$MN^2 = 33 - 4^2 = 17$
$MN = \sqrt{17} = 4{,}12\ldots$
Dus de hoogte van het huis is $6 + 4{,}12\ldots \approx 10{,}1$ meter.

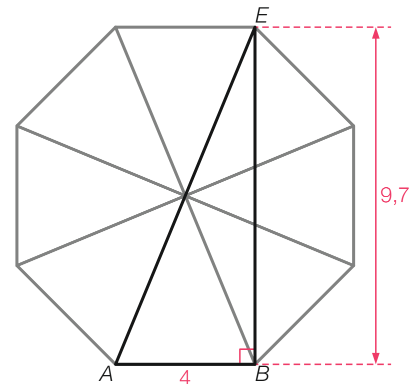


b opp. $ABFE = \frac{1}{2}(20 + 12) \cdot 5{,}74\ldots = 91{,}91\ldots\ \text{m}^2$
Zie de schets hiernaast van driehoek BCF.
In $\triangle BGF$ is $\angle G = 90°$, dus $BG^2 + FG^2 = BF^2$
$4^2 + FG^2 = 7^2$
$FG^2 = 7^2 - 4^2 = 33$
$FG = \sqrt{33} = 5{,}74\ldots$
opp. $\triangle BCF = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5{,}74\ldots = 22{,}97\ldots\ \text{m}^2$
Dus de totale oppervlakte van het dak is
$2 \cdot 91{,}91\ldots + 2 \cdot 22{,}97\ldots \approx 229{,}78\ \text{m}^2$.

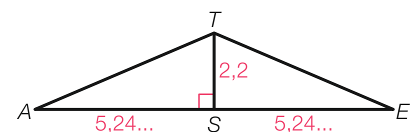


Bladzijde 76

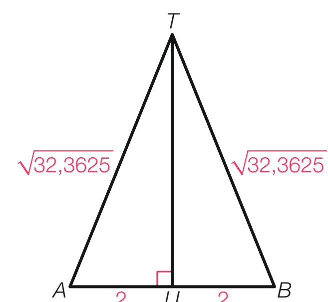
69 **a** Zie de schets hiernaast.
$AB = 32 : 8 = 4$
In $\triangle ABE$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BE^2 = AE^2$
$4^2 + 9{,}7^2 = AE^2$
$AE^2 = 110{,}09$
$AE = \sqrt{110{,}09} = 10{,}49\ldots$



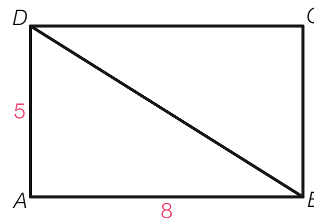
Zie de schets hiernaast met een doorsnede van het dak.
$TS = 6{,}7 - 4{,}5 = 2{,}2$
$AS = 10{,}49\ldots : 2 = 5{,}24\ldots$
In $\triangle AST$ is $\angle S = 90°$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$
$5{,}24\ldots^2 + 2{,}2^2 = AT^2$
$AT^2 = 32{,}3625$
$AT = \sqrt{32{,}3625} \approx 5{,}69$ m



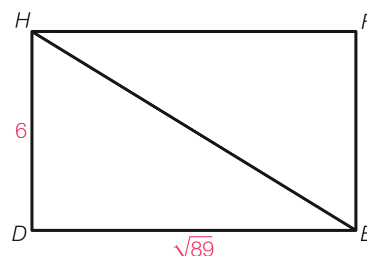
b Zie de schets hiernaast.
In $\triangle AUT$ is $\angle U = 90°$, dus $AU^2 + TU^2 = AT^2$
$2^2 + TU^2 = 32{,}3625$
$TU^2 = 32{,}3625 - 2^2 = 28{,}3625$
$TU = \sqrt{28{,}3625} = 5{,}325\ldots$
opp. $\triangle ABT = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5{,}325\ldots = 10{,}651\ldots$
Dus de oppervlakte van het dak is $8 \cdot 10{,}651\ldots \approx 85{,}21\ \text{m}^2$.



L9 Zie de schets hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$
$8^2 + 5^2 = BD^2$
$BD^2 = 89$



Zie de schets hiernaast.
$\angle D = 90°$, dus $BD^2 + DH^2 = BH^2$
$89 + 6^2 = BH^2$
$BH^2 = 125$
$BH = \sqrt{125} \approx 11{,}2$ cm

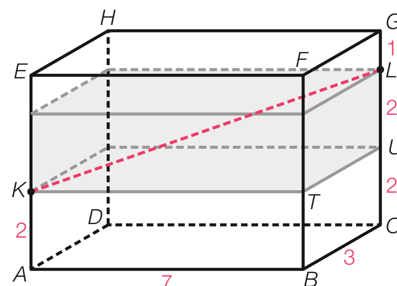


70 **a** $AB^2 + AD^2 = BD^2$
b $BD^2 + DH^2 = BH^2$
c Bij vraag a heb je gevonden dat $BD^2 = AB^2 + AD^2$.
Vervang BD^2 in het antwoord van vraag b door $AB^2 + AD^2$.
Je krijgt $AB^2 + AD^2 + DH^2 = BH^2$.

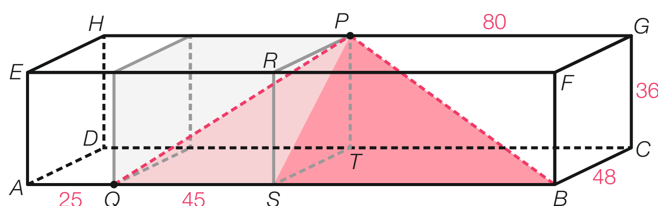
Bladzijde 78

71 $EP = 7 - 2 = 5$ cm
$DP^2 = DA^2 + AE^2 + EP^2 = 4^2 + 5^2 + 5^2 = 66$
Dus $DP = \sqrt{66} \approx 8{,}1$ cm.

72 Zie de figuur hiernaast.
$KL^2 = KT^2 + TU^2 + UL^2 = 7^2 + 3^2 + 2^2 = 62$
Dus $KL = \sqrt{62} \approx 7{,}9$ cm.



73

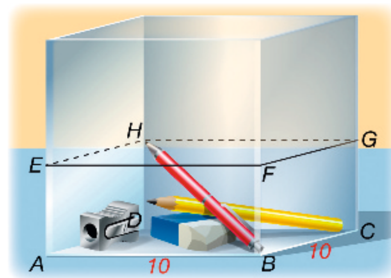


$PQ^2 = QS^2 + ST^2 + TP^2 = 45^2 + 48^2 + 36^2 = 5625$
$BP^2 = BS^2 + ST^2 + TP^2 = 80^2 + 48^2 + 36^2 = 10\,000$
$\left.\begin{array}{l} PQ^2 + BP^2 = 5625 + 10\,000 = 15\,625 \\ BQ^2 = (45 + 80)^2 = 15\,625 \end{array}\right\} PQ^2 + BP^2 = BQ^2$, dus $\triangle BPQ$ is rechthoekig.

Bladzijde 79

74 AG is een lichaamsdiagonaal van de kubus.
Stel dat alle ribben van de kubus x cm lang zijn.
Dus $AB^2 + BC^2 + CG^2 = AG^2$
$x^2 + x^2 + x^2 = 48$
$3x^2 = 48$
$x^2 = 16$
$x = \sqrt{16} = 4$
Alle ribben zijn 4 cm.
Dus de inhoud van de kubus is $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ cm^3.

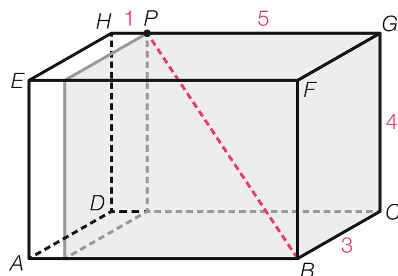
75 Zie de figuur hiernaast.
$BH^2 = BA^2 + AD^2 + DH^2$
$15^2 = 10^2 + 10^2 + DH^2$
$DH^2 = 15^2 - 10^2 - 10^2 = 25$
$DH = \sqrt{25} = 5$
De punt van de pen raakt de bak op een hoogte van 5 cm.



76 **a** Voor de afstand van dalstation D naar middenstation M geldt
$DM^2 = 400^2 + 100^2 + 800^2 = 810\,000$.
Dit geeft $DM = \sqrt{810\,000} = 900$.
Voor de afstand van middenstation M naar bergstation B geldt
$MB^2 = 800^2 + 900^2 + 1200^2 = 2\,890\,000$.
Dit geeft $MB = \sqrt{2\,890\,000} = 1700$.
Dus de totale lengte van de kabelbaan is 900 + 1700 = 2600 meter.

b De drone vliegt 0,4 + 0,8 = 1,2 kilometer omhoog,
0,1 + 0,9 = 1 kilometer naar het westen en
0,8 + 1,2 = 2 kilometer naar het noorden.
Voor de afstand DB die de drone aflegt van dalstation naar bergstation geldt dus
$DB^2 = 1{,}2^2 + 1^2 + 2^2 = 6{,}44$
$DB = \sqrt{6{,}44} \approx 2{,}54$
Dus de drone legt ongeveer 2,54 kilometer af.

L10



$BP^2 = BC^2 + CG^2 + GP^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 = 50$
Dus $BP = \sqrt{50} \approx 7{,}1$ cm.

6.6 De *hpq*-stelling en de stelling van Thales

Bladzijde 80

77 **a** $a^2 + b^2 = c^2$

b
$$\begin{array}{l} h^2 + p^2 \qquad = b^2 \\ h^2 \qquad + q^2 = a^2 \\ \hline 2h^2 + p^2 + q^2 = b^2 + a^2 \end{array} +$$

c $2h^2 + p^2 + q^2 = c^2$

d $c^2 = (p+q)^2 = (p+q)(p+q) = p^2 + pq + pq + q^2 = p^2 + 2pq + q^2$

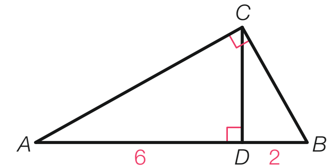
e Uit de vragen c en d volgt $2h^2 + p^2 + q^2 = p^2 + 2pq + q^2$
$2h^2 = 2pq$
$h^2 = pq$

Bladzijde 81

78 $CD^2 = AD \cdot BD$ (*hpq*-stelling)
$3{,}6^2 = AD \cdot 2{,}4$
$12{,}96 = AD \cdot 2{,}4$
$AD = 5{,}4$ cm

79 In $\triangle PQS$ geldt $PT^2 = QT \cdot ST$ (*hpq*-stelling)
$PT^2 = 2{,}7 \cdot 2{,}5 = 6{,}75$
$PT = \sqrt{6{,}75} = 2{,}59...$
opp. $\triangle PQS = \frac{1}{2} \cdot 5{,}2 \cdot 2{,}59... = 6{,}75...$ cm^2
In $\triangle QRS$ geldt $RU^2 = QU \cdot SU$ (*hpq*-stelling)
$RU^2 = 1{,}6 \cdot 3{,}6 = 5{,}76$
$RU = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4$
opp. $\triangle QRS = \frac{1}{2} \cdot 5{,}2 \cdot 2{,}4 = 6{,}24$ cm^2
Dus opp. $PQRS = 6{,}75... + 6{,}24 \approx 13{,}0$ cm^2.

80 Zie de schets hiernaast van de voorkant van het dak.
$CD^2 = AD \cdot BD$ (*hpq*-stelling)
$CD^2 = 6 \cdot 2 = 12$
$CD = \sqrt{12} = 3{,}46...$
Dus de hoogte van het huis is $3 + 3{,}46... \approx 6{,}5$ meter.



81 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
$6^2 + 8^2 = AC^2$
$AC^2 = 100$
$AC = \sqrt{100} = 10$
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ cm^2, maar ook opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot BE$.
Dit geeft $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot BE = 24$
$5 \cdot BE = 24$
$BE = 4{,}8$
In $\triangle ABE$ is $\angle E = 90°$, dus $AE^2 + BE^2 = AB^2$
$AE^2 + 4{,}8^2 = 6^2$
$AE^2 = 6^2 - 4{,}8^2 = 12{,}96$
$AE = \sqrt{12{,}96} = 3{,}6$
In $\triangle ABD$ geldt $AE^2 = BE \cdot DE$ (*hpq*-stelling)
$3{,}6^2 = 4{,}8 \cdot DE$
$12{,}96 = 4{,}8 \cdot DE$
$DE = 2{,}7$
In $\triangle AED$ is $\angle E = 90°$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$
$3{,}6^2 + 2{,}7^2 = AD^2$
$AD^2 = 20{,}25$
$AD = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$ cm

L11 $MN^2 = KN \cdot LN$ (*hpq*-stelling)
$MN^2 = 18 \cdot 32 = 576$
$MN = \sqrt{576} = 24$ mm

82
a Omdat het AM, BM en CM stralen zijn van de cirkel met middelpunt M.
$\triangle AMC$ en $\triangle BMC$ zijn allebei gelijkbenige driehoeken.
b $\angle A = \angle C_1$ (basishoeken)
$\angle B = \angle C_2$ (basishoeken)
c Voor de hoekensom van $\triangle ABC$ geldt $\angle A + \angle B + \angle C_{12} = 180°$
$\angle C_1 + \angle C_2 + \angle C_1 + \angle C_2 = 180°$
$2 \cdot \angle C_1 + 2 \cdot \angle C_2 = 180°$
d $2 \cdot \angle C_1 + 2 \cdot \angle C_2 = 180°$
$\angle C_1 + \angle C_2 = 90°$
$\angle C_{12} = 90°$
Dus $\triangle ABC$ is rechthoekig met $\angle C_{12} = 90°$.

Bladzijde 82

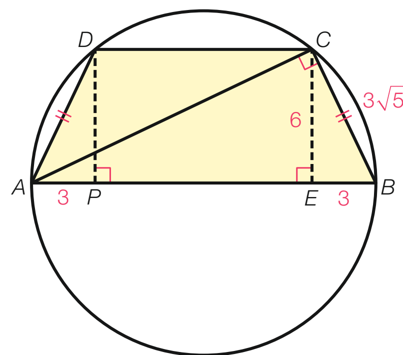
83 $\angle C = 90°$ (stelling van Thales), dus
$AC^2 + BC^2 = AB^2$
$7^2 + BC^2 = 8^2$
$BC^2 = 8^2 - 7^2 = 15$
$BC = \sqrt{15} = 3{,}87\ldots$
Dus de omtrek van $\triangle ABC$ is $8 + 7 + 3{,}87\ldots \approx 18{,}9$ cm.

84 $\angle S = 90°$ (stelling van Thales), dus in $\triangle PRS$ geldt
$PS^2 + RS^2 = PR^2$
$6^2 + 2^2 = PR^2$
$PR^2 = 40$
$\angle Q = 90°$ (stelling van Thales), dus in $\triangle PQR$ geldt
$PQ^2 + QR^2 = PR^2$
$4^2 + QR^2 = 40$
$QR^2 = 40 - 4^2 = 24$
$QR = \sqrt{24} = 4{,}898\ldots$
opp. $PQRS$ = opp. $\triangle PQR$ + opp. $\triangle PRS$
$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4{,}898\ldots + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \approx 15{,}80 \text{ cm}^2$

Bladzijde 83

85 $\angle R = 90°$ (stelling van Thales), dus
$PR^2 + QR^2 = PQ^2$
$4^2 + 5^2 = PQ^2$
$PQ^2 = 41$
$PQ = \sqrt{41} = 6{,}40\ldots$
$MQ = 6{,}40\ldots : 2 = 3{,}20\ldots$
opp. blauwe gebied = opp. cirkel − opp. $\triangle ABC$
$= \pi \cdot 3{,}20\ldots^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \approx 22{,}2 \text{ cm}^2$

86 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle EBC$ is $\angle E = 90°$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$
$3^2 + CE^2 = (3\sqrt{5})^2$
$CE^2 = (3\sqrt{5})^2 - 3^2 = 36$
$CE = \sqrt{36} = 6$
In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90°$ (stelling van Thales), dus
$CE^2 = AE \cdot BE$ (*hpq*-stelling)
$6^2 = AE \cdot 3$
$36 = AE \cdot 3$
$AE = 12$
$AE = 12$ geeft $AB = 12 + 3 = 15$ en $CD = EP = 12 - 3 = 9$
opp. $ABCD = \frac{1}{2}(15 + 9) \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2$



L12 $\angle R = 90°$ (stelling van Thales), dus
$QR^2 + PR^2 = PQ^2$
$QR^2 + 10^2 = 12^2$
$QR^2 = 12^2 - 10^2 = 44$
$QR = \sqrt{44} \approx 6{,}6$ cm

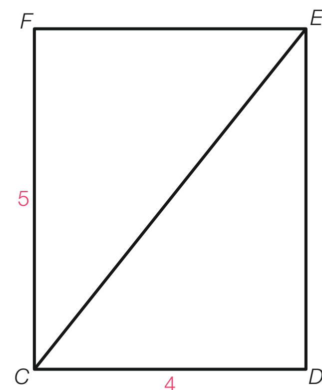
Gemengde opgaven

Bladzijde 84

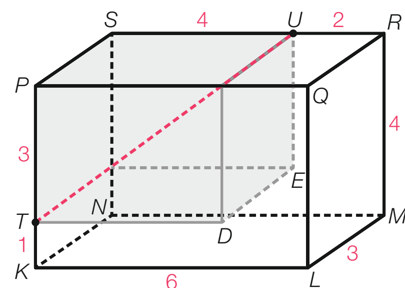
1 In $\triangle ADE$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + DE^2 = AE^2$
$AD^2 + 3^2 = 5^2$
$AD^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
In $\triangle ABD$ is $\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$
$2^2 + 16 = BD^2$
$BD^2 = 20$
In $\triangle BCD$ is $\angle D = 90°$, dus $BD^2 + CD^2 = BC^2$
$20 + CD^2 = 5^2$
$CD^2 = 5^2 - 20 = 5$
$CD = \sqrt{5} \approx 2{,}2$ cm

In $\triangle FGH$ is $\angle G = 90°$, dus $FG^2 + GH^2 = FH^2$
$4{,}1^2 + 2{,}9^2 = FH^2$
$FH^2 = 25{,}22$
$FH = \sqrt{25{,}22} = 5{,}02\ldots$
In $\triangle FHI$ is $\angle I = 90°$, dus $FI^2 + HI^2 = FH^2$
$FI^2 + 4{,}5^2 = 25{,}22$
$FI^2 = 25{,}22 - 4{,}5^2 = 4{,}97$
$FI = \sqrt{4{,}97} = 2{,}22\ldots$
opp. $\triangle FHI = \frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \cdot 2{,}22\ldots = 5{,}01\ldots$, maar ook opp. $\triangle FHI = \frac{1}{2} \cdot FH \cdot KI = \frac{1}{2} \cdot 5{,}02... \cdot KI$.
Dit geeft $\frac{1}{2} \cdot 5{,}02\ldots \cdot KI = 5{,}01\ldots$
$2{,}51\ldots \cdot KI = 5{,}01\ldots$
$KI \approx 2{,}0$ cm

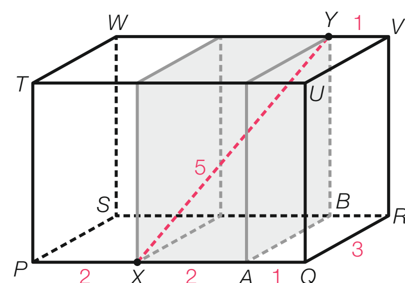
2 Zie de schets hiernaast.
$\angle D = 90°$, dus $CD^2 + DE^2 = CE^2$
$4^2 + 5^2 = CE^2$
$CE^2 = 41$
$CE = \sqrt{41} \approx 6{,}4$ cm



Zie de figuur hiernaast.
$TU^2 = TD^2 + DE^2 + EU^2 = 4^2 + 3^2 + 3^2 = 34$
Dus $TU = \sqrt{34} \approx 5{,}8$ cm.



3 Zie de figuur hiernaast.
$XA^2 + AB^2 + BY^2 = XY^2$
$2^2 + 3^2 + BY^2 = 5^2$
$BY^2 = 5^2 - 2^2 - 3^2 = 12$
$BY = \sqrt{12} = 3{,}46\ldots$
Inhoud balk $PQRS\ TUVW = 5 \cdot 3 \cdot 3{,}46\ldots \approx 52{,}0$ cm^3.



4 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
$AB^2 + 1{,}6^2 = 2^2$
$AB^2 = 2^2 - 1{,}6^2 = 1{,}44$
$AB = \sqrt{1{,}44} = 1{,}2$
$DE = \frac{5{,}4 - 3{,}2}{2} = 1{,}1$
In $\triangle CDE$ is $\angle D = 90°$, dus $CD^2 + DE^2 = CE^2$
$CD^2 + 1{,}1^2 = 2{,}2^2$
$CD^2 = 2{,}2^2 - 1{,}1^2 = 3{,}63$
$CD = \sqrt{3{,}63} = 1{,}90\ldots$
Dus de hoogte van het huis is $2{,}4 + 1{,}2 + 1{,}90\ldots \approx 5{,}5$ meter.

5 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle FCE$ is $\angle F = 90°$, dus $CF^2 + EF^2 = CE^2$
$6{,}9^2 + 4{,}3^2 = CE^2$
$CE^2 = 66{,}1$
In $\triangle CDE$ is $\angle D = 90°$, dus $CD^2 + DE^2 = CE^2$
$CD^2 + 5{,}2^2 = 66{,}1$
$CD^2 = 66{,}1 - 5{,}2^2 = 39{,}06$
$CD = \sqrt{39{,}06} \approx 6{,}2$ cm

6 Zie de schets hiernaast.
opp. $ABCD = 4620$ mm^2 geeft $77 \cdot DE = 4620$
$DE = 60$
In $\triangle EBD$ is $\angle E = 90°$, dus $BE^2 + DE^2 = BD^2$
$BE^2 + 60^2 = 68^2$
$BE^2 = 68^2 - 60^2 = 1024$
$BE = \sqrt{1024} = 32$
$AE = 77 - 32 = 45$
In $\triangle AED$ is $\angle E = 90°$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$
$45^2 + 60^2 = AD^2$
$AD^2 = 5625$
$AD = \sqrt{5625} = 75$
De omtrek van het parallellogram is $2 \cdot 77 + 2 \cdot 75 = 304$ mm.

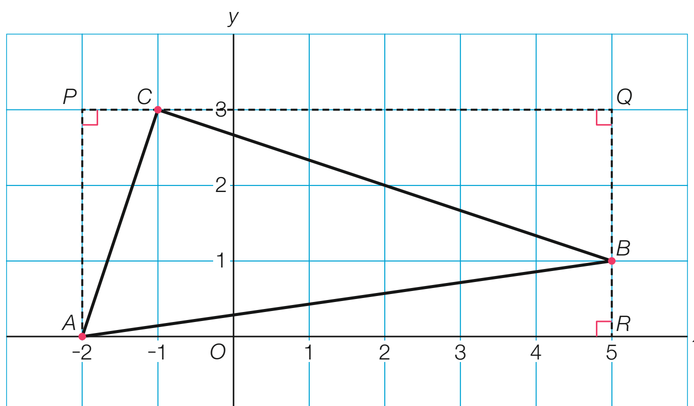
Bladzijde 85

7 Voor de afstand AB die tijdens het laatste deel van de landing wordt afgelegd geldt $AB^2 = 2^2 + 26^2 + 17^2 = 969$.
Dus $AB = \sqrt{969} = 31{,}12\ldots$ km.
Het laatste deel van de landing begint op een hoogte van 2 km = 2000 m, dus het duurt 2000 : 300 = 6,66… minuten tot het vliegtuig landt.
De gemiddelde snelheid gedurende het laatste deel van de landing is dus
$\frac{31{,}12\ldots}{6{,}66\ldots} \cdot 60 \approx 280$ km per uur.

8 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle CDE$ is $\angle E = 90°$, dus $CE^2 + DE^2 = CD^2$
$0{,}8^2 + DE^2 = 1{,}2^2$
$DE^2 = 1{,}2^2 - 0{,}8^2 = 0{,}8$
$DE = \sqrt{0{,}8} = 0{,}89\ldots$
Dus de hoogte is $1{,}20 - 0{,}89\ldots \approx 0{,}31$ m = 31 cm.

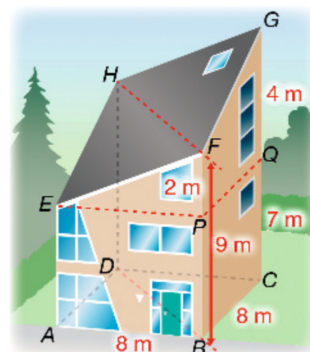
9 Zie de figuur hiernaast.

$\angle R = 90°$, dus $AR^2 + BR^2 = AB^2$
$7^2 + 1^2 = AB^2$
$AB^2 = 50$
$\angle Q = 90°$, dus $BQ^2 + CQ^2 = BC^2$
$2^2 + 6^2 = BC^2$
$BC^2 = 40$
$\angle P = 90°$, dus $AP^2 + CP^2 = AC^2$
$3^2 + 1^2 = AC^2$
$AC^2 = 10$

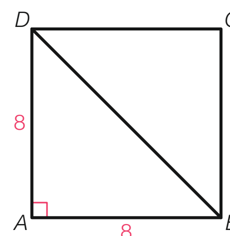


$AB^2 = 50$
$AC^2 + BC^2 = 10 + 40 = 50$ } $AC^2 + BC^2 = AB^2$, dus $\angle C = 90°$.

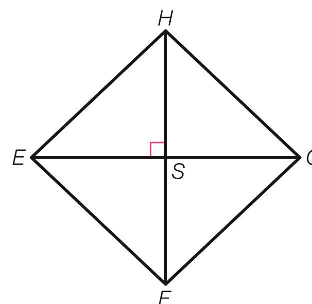
10 **a** Zie de figuur hiernaast.
Daklijn FH ligt op 9 meter hoogte. Punt G ligt op 11 meter hoogte, dus 2 meter boven FH. Uit de symmetrie volgt dat punt E op $9 - 2 = 7$ meter hoogte ligt.
$EG^2 = EP^2 + PQ^2 + QG^2 = 8^2 + 8^2 + 4^2 = 144$
$EG = \sqrt{144} = 12$
De afstand tussen het laagste en het hoogste punt van het dak is 12 meter.



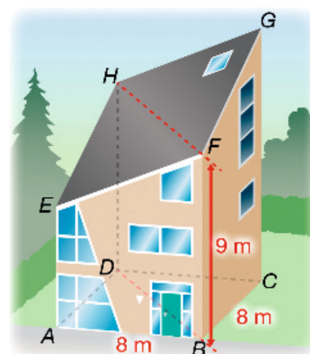
b Zie de schets hiernaast met de begane grond van het huis.
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$
$8^2 + 8^2 = BD^2$
$BD^2 = 128$
$BD = \sqrt{128} = 11{,}31\ldots$
$EG = 12$ en $FH = BD = 11{,}31\ldots$



Zie de schets hiernaast van het dak.
$ES = 12 : 2 = 6$
opp. $EFGH = 2 \cdot$ opp. $\triangle EFH$
$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 11{,}31\ldots \cdot 6 = 67{,}88\ldots$ m²
De kosten van het sedumdak zijn $67{,}88\ldots \cdot 40 \approx 2715{,}29$ euro.



11 Zie de figuur hiernaast.



Zie de schets hiernaast met de begane grond van het huis.

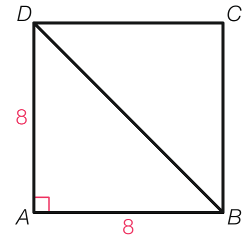
$\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$8^2 + 8^2 = BD^2$

$BD^2 = 128$

$BD = \sqrt{128} = 11{,}31\ldots$

$FH = BD = 11{,}31\ldots$



Zie de figuur hiernaast.

$FS = 11{,}31\ldots : 2 = 5{,}65\ldots$

opp. $EFGH = 70\text{ m}^2$ geeft $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot EG \cdot 5{,}65\ldots = 70$

$5{,}65\ldots \cdot EG = 70$

$EG = 12{,}37\ldots$

$EG^2 = EP^2 + PQ^2 + QG^2$

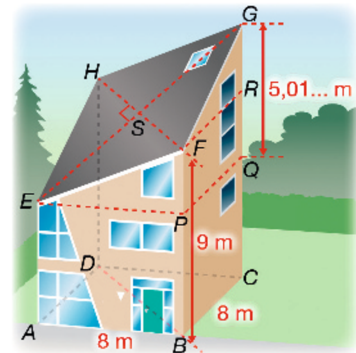
$12{,}37\ldots^2 = 8^2 + 8^2 + QG^2$

$QG^2 = 12{,}37\ldots^2 - 8^2 - 8^2 = 25{,}125$

$QG = \sqrt{25{,}125} = 5{,}01\ldots$

Uit de symmetrie volgt dat $GR = QR = 5{,}01\ldots : 2 = 2{,}50\ldots$

De hoogte van het huis is dus $9 + 2{,}50\ldots \approx 11{,}5$ meter.



12 $ST = 2{,}7 - 1{,}3 = 1{,}4$

In $\triangle PQS$ is $\angle P = 90°$ (stelling van Thales) en staat PT loodrecht op QS (vlieger),

dus $PT^2 = ST \cdot QT$ (*hpq*-stelling)

$PT^2 = 1{,}4 \cdot 4 = 5{,}6$

$PT = \sqrt{5{,}6} = 2{,}36\ldots$

opp. blauwe gebied = opp. cirkel − opp. $PQRS$

$= \pi \cdot 2{,}7^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5{,}4 \cdot 2{,}36\ldots \approx 10{,}1\text{ cm}^2$

Diagnostische toets

Bladzijde 88

1 $\triangle ABC$: $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\triangle ABD$: $AD^2 + BD^2 = AB^2$

$\triangle BCD$: $BD^2 + CD^2 = BC^2$

2 Zie de schets hiernaast.

$\angle P = 90°$, dus $PQ^2 + PR^2 = QR^2$

$30^2 + 16^2 = QR^2$

$QR^2 = 1156$

$QR = \sqrt{1156} = 34$ cm



3 Zie de schets hiernaast.

$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

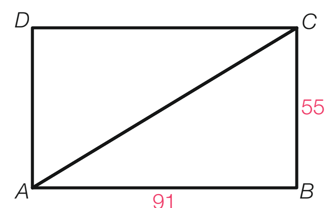
$91^2 + 55^2 = AC^2$

$AC^2 = 11\,306$

$AC = \sqrt{11\,306} = 106{,}32\ldots$

Dus de lengte van het parcours is

$2 \cdot 55 + 2 \cdot 106{,}32\ldots \approx 322{,}7$ meter.



4 Zie de figuur hiernaast.

$\angle P = 90°$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$

$3^2 + 7^2 = AB^2$

$AB^2 = 58$

$AB = \sqrt{58}$

$\angle Q = 90°$, dus $BQ^2 + CQ^2 = BC^2$

$6^2 + 1^2 = BC^2$

$BC^2 = 37$

$BC = \sqrt{37}$

$\angle R = 90°$, dus $AR^2 + CR^2 = AC^2$

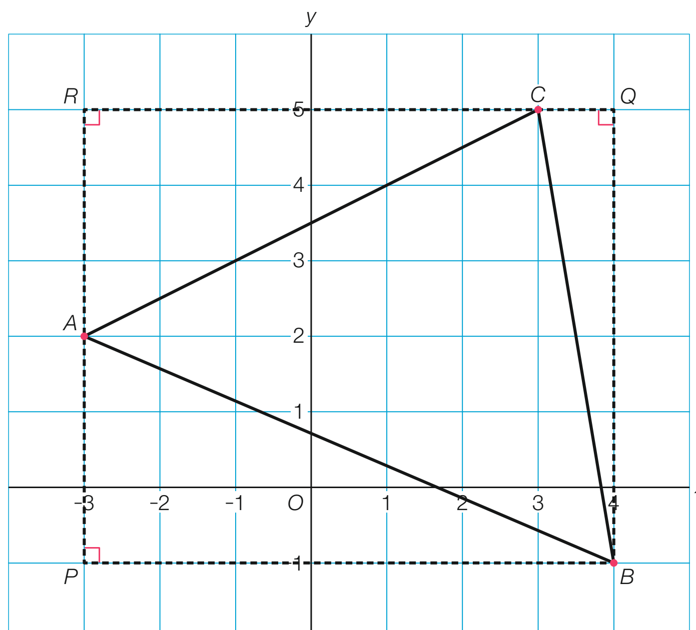
$3^2 + 6^2 = AC^2$

$AC^2 = 45$

$AC = \sqrt{45}$

De omtrek van $\triangle ABC$ is

$\sqrt{58} + \sqrt{37} + \sqrt{45} \approx 20{,}4$ cm.



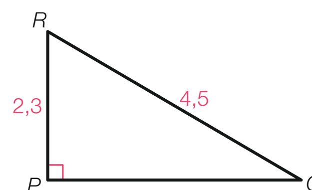
5 Zie de schets hiernaast.

$\angle P = 90°$, dus $PQ^2 + PR^2 = QR^2$

$PQ^2 + 2{,}3^2 = 4{,}5^2$

$PQ^2 = 4{,}5^2 - 2{,}3^2 = 14{,}96$

$PQ = \sqrt{14{,}96} \approx 3{,}9$ cm



6 In $\triangle PRS$ is $\angle P = 90°$, dus $PR^2 + PS^2 = RS^2$

$PR^2 + 104^2 = 221^2$

$PR^2 = 221^2 - 104^2 = 38\,025$

$\left.\begin{array}{l} PQ^2 + QR^2 = 75^2 + 180^2 = 38\,025 \\ PR^2 = 38\,025 \end{array}\right\} PQ^2 + QR^2 = PR^2$, dus $\angle Q = 90°$.

7 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle AED$ is $\angle E = 90°$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$

$AE^2 + 4^2 = 4{,}5^2$

$AE^2 = 4{,}5^2 - 4^2 = 4{,}25$

$AE = \sqrt{4{,}25}$

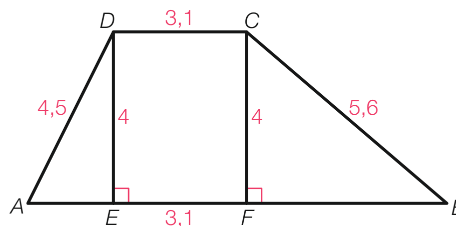
In $\triangle FBC$ is $\angle F = 90°$, dus $BF^2 + CF^2 = BC^2$

$BF^2 + 4^2 = 5{,}6^2$

$BF^2 = 5{,}6^2 - 4^2 = 15{,}36$

$BF = \sqrt{15{,}36}$

$AB = \sqrt{4{,}25} + 3{,}1 + \sqrt{15{,}36} \approx 9{,}1$ cm



Bladzijde 89

8 Zie de schets hiernaast.

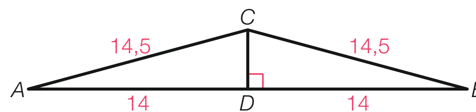
In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$14^2 + CD^2 = 14{,}5^2$

$CD^2 = 14{,}5^2 - 14^2 = 14{,}25$

$CD = \sqrt{14{,}25} = 3{,}77\ldots$

Dus de hoogte van de hangar is $4{,}5 + 3{,}77\ldots \approx 8{,}3$ meter.



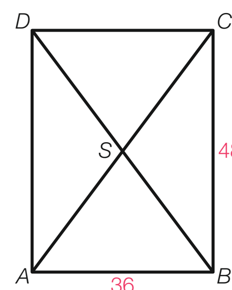
9 **a** Zie de schets hiernaast met het grondvlak van de piramide.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$36^2 + 48^2 = AC^2$

$AC^2 = 3600$

$AC = \sqrt{3600} = 60$ cm

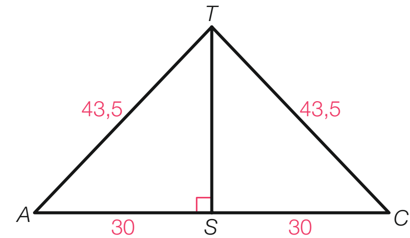


b Zie de schets hiernaast met een doorsnede van de piramide.
In $\triangle AST$ is $\angle S = 90°$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$

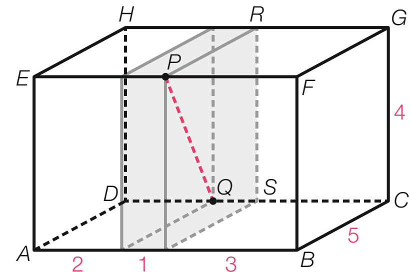
$30^2 + ST^2 = 43{,}5^2$

$ST^2 = 43{,}5^2 - 30^2 = 992{,}25$

$ST = \sqrt{992{,}25} = 31{,}5$ cm



10 Zie de figuur hiernaast.
$PQ^2 = PR^2 + RS^2 + SQ^2 = 5^2 + 4^2 + 1^2 = 42$
Dus $PQ = \sqrt{42} \approx 6{,}5$ cm.



11 $LN^2 = KN \cdot MN$ (*hpq*-stelling)
$2{,}1^2 = KN \cdot 1{,}2$
$4{,}41 = KN \cdot 1{,}2$
$KN \approx 3{,}7$ cm

12 $\angle R = 90°$ (stelling van Thales), dus
$PR^2 + QR^2 = PQ^2$
$2^2 + 3^2 = PQ^2$
$PQ^2 = 13$
$PQ = \sqrt{13} = 3{,}60\ldots$
$PM = 3{,}60\ldots : 2 = 1{,}80\ldots$
opp. blauwe gebied = opp. cirkel − opp. $\triangle PQR$

$= \pi \cdot 1{,}80\ldots^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \approx 7{,}2 \text{ cm}^2$

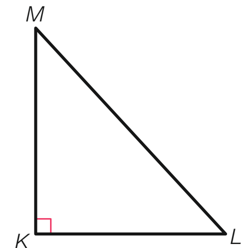
Herhaling

Bladzijde 90

1 $\triangle PQR$: $PR^2 + QR^2 = PQ^2$
$\triangle QRS$: $QS^2 + RS^2 = QR^2$

2 **a** Zie de schets hiernaast.
$\angle K = 90°$, dus $KL^2 + KM^2 = LM^2$

b $KL^2 + KM^2 = LM^2$
$20^2 + 21^2 = LM^2$
$LM^2 = 841$
$LM = \sqrt{841} = 29$ cm

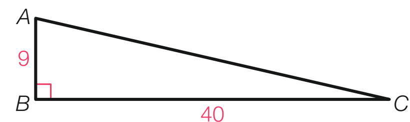


3 Zie de schets hiernaast.
$\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$9^2 + 40^2 = AC^2$

$AC^2 = 1681$

$AC = \sqrt{1681} = 41$ cm



4 **a** Zie de schets hiernaast.

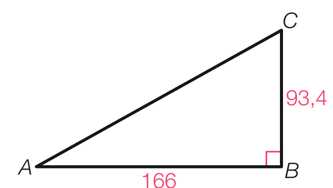
b $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$166^2 + 93{,}4^2 = AC^2$

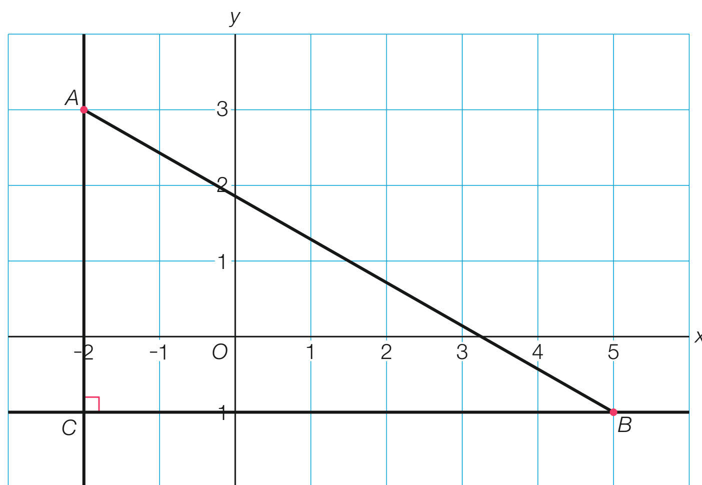
$AC^2 = 36\,279{,}56$

$AC = \sqrt{36\,279{,}56} = 190{,}47\ldots$

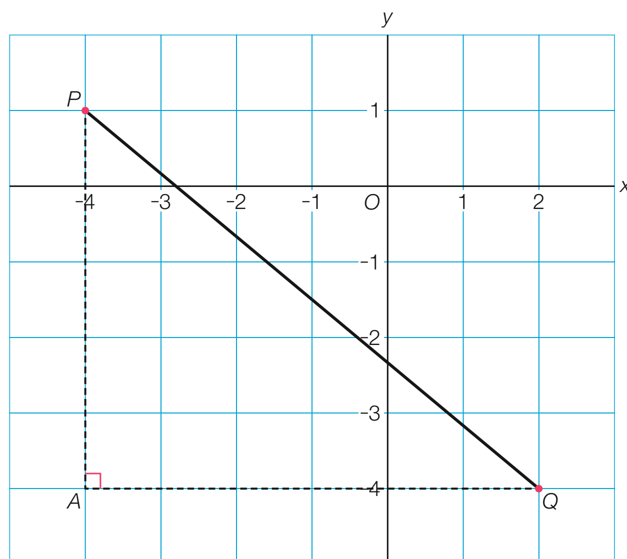
Dus de lengte van de beelddiagonaal is ongeveer 190,5 cm.



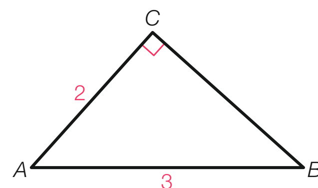
5 **a**, **b** Zie de figuur hiernaast.
c $\angle C = 90°$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$.
d $BC = 7$ cm
e $AC^2 + BC^2 = AB^2$
$4^2 + 7^2 = AB^2$
$16 + 49 = AB^2$
$AB^2 = 65$
$AB = \sqrt{65} \approx 8{,}1$ cm



6 Zie de figuur hiernaast.
$\angle A = 90°$, dus $AP^2 + AQ^2 = PQ^2$
$5^2 + 6^2 = PQ^2$
$PQ^2 = 61$
$PQ = \sqrt{61} \approx 7{,}8$ cm

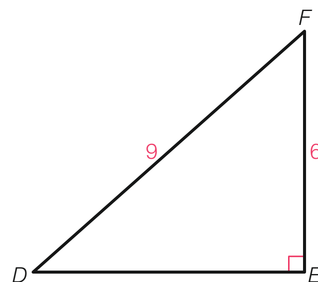


7 Zie de schets hiernaast.
$\angle C = 90°$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
$2^2 + BC^2 = 3^2$
$BC^2 = 3^2 - 2^2 = 5$
$BC = \sqrt{5} \approx 2{,}2$ cm



Bladzijde 91

8 Zie de schets hiernaast.
$\angle E = 90°$, dus $DE^2 + EF^2 = DF^2$
$DE^2 + 6^2 = 9^2$
$DE^2 = 9^2 - 6^2 = 45$
$DE = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm



9 **a** $KM^2 + LM^2 = 28^2 + 45^2 = 2809$
b $KL^2 = 53^2 = 2809$
c Ja, $KM^2 + LM^2 = KL^2$.
d Ja, $\triangle KLM$ is rechthoekig, met $\angle M = 90°$.

10 **a** $\angle A = 90°$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$960^2 + 216^2 = BD^2$

$BD^2 = 968\,256$

$BD = \sqrt{968\,256} = 984$ mm

b De twee kortste zijden van $\triangle BCD$ zijn BC en BD.

De langste zijde is CD.

c $\left.\begin{array}{l} BC^2 + BD^2 = 288^2 + 968\,256 = 1\,051\,200 \\ CD^2 = 1025^2 = 1\,050\,625 \end{array}\right\} BC^2 + BD^2 \neq CD^2$, dus $\triangle BCD$ is niet rechthoekig.

11 **a** Hierbij is $\triangle TQR$ ontstaan.

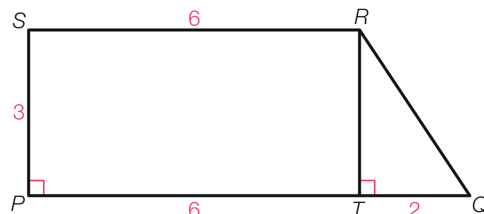
b Zie de schets hiernaast.

In $\triangle TQR$ is $\angle T = 90°$, dus $TQ^2 + TR^2 = QR^2$

$2^2 + 3^2 = QR^2$

$QR^2 = 13$

$QR = \sqrt{13} \approx 3{,}6$ cm



12 **a, c** Zie de schets hiernaast.

b In $\triangle ADE$ is $\angle E = 90°$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$

$AE^2 + 2{,}0^2 = 2{,}2^2$

$AE^2 = 2{,}2^2 - 2{,}0^2 = 0{,}84$

$AE = \sqrt{0{,}84} \approx 0{,}9$ cm

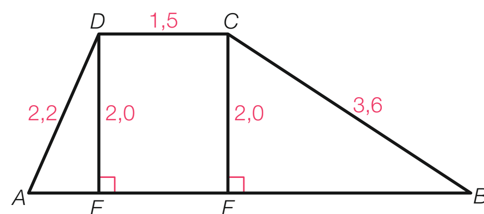
c In $\triangle BCF$ is $\angle F = 90°$, dus $BF^2 + CF^2 = BC^2$

$BF^2 + 2{,}0^2 = 3{,}6^2$

$BF^2 = 3{,}6^2 - 2{,}0^2 = 8{,}96$

$BF = \sqrt{8{,}96}$

$AB = \sqrt{0{,}84} + 1{,}5 + \sqrt{8{,}96} \approx 5{,}4$ cm



Bladzijde 92

13 **a** Zie de schets hiernaast.

b $EF = CF = 5 : 2 = 2{,}5$ m

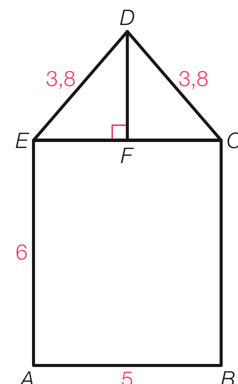
c In $\triangle DEF$ is $\angle F = 90°$, dus $DF^2 + EF^2 = DE^2$

$DF^2 + 2{,}5^2 = 3{,}8^2$

$DF^2 = 3{,}8^2 - 2{,}5^2 = 8{,}19$

$DF = \sqrt{8{,}19} \approx 2{,}86$ m

d De hoogte van het huis is ongeveer $6 + 2{,}86 = 8{,}86$ meter.



14 **a** $\triangle ACT$ is een gelijkbenige driehoek, want $AT = CT$.

Hierdoor geldt $AS = CS$.

b Je weet dan de lengte van AT en van AS, want AT is gegeven en AS is de helft van AC.

c Zie de schets hiernaast met het grondvlak van de piramide.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$24^2 + 10^2 = AC^2$

$AC^2 = 676$

$AC = \sqrt{676} = 26$

$AS = 26 : 2 = 13$

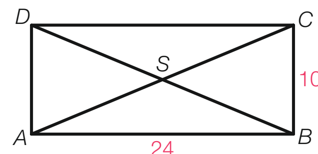
Zie de schets hiernaast met een doorsnede van de piramide.

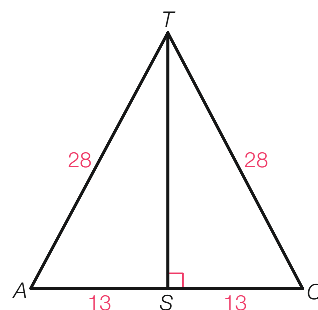
In $\triangle AST$ is $\angle S = 90°$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$

$13^2 + ST^2 = 28^2$

$ST^2 = 28^2 - 13^2 = 615$

$ST = \sqrt{615} \approx 24{,}8$ cm



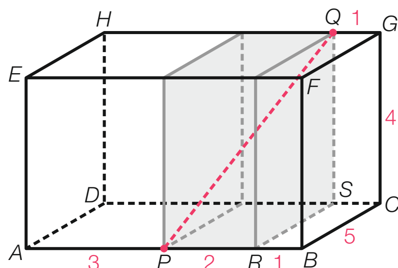


15 **a** $AG^2 = AB^2 + BC^2 + CG^2$
$= 6^2 + 4^2 + 5^2$
$= 77$
b $AG = \sqrt{77} \approx 8{,}8$ cm

16 **a** Lengte = 3 cm, breedte = 5 cm en hoogte = 4 cm.
b $HP^2 = PA^2 + AD^2 + DH^2 = 3^2 + 5^2 + 4^2 = 50$
Dus $HP = \sqrt{50} \approx 7{,}1$ cm.

Bladzijde 93

17 **a**



b $PQ^2 = PR^2 + RS^2 + SQ^2 = 2^2 + 5^2 + 4^2 = 45$
Dus $PQ = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm.

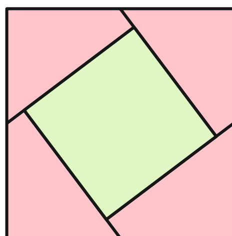
18 **a** $MN^2 = KN \cdot LN$ (*hpq*-stelling)
$4{,}2^2 = KN \cdot 1{,}8$
$17{,}64 = \text{KN} \cdot 1{,}8$
$KN = 9{,}8$ cm
b $FH^2 = EH \cdot GH$ (*hpq*-stelling)
$FH^2 = 4 \cdot 6 = 24$
$FH = \sqrt{24} \approx 4{,}9$ cm

19 **a** $\angle C = 90°$ (stelling van Thales), dus
$AC^2 + BC^2 = AB^2$
$2{,}4^2 + 4{,}5^2 = AB^2$
$AB^2 = 26{,}01$
$AB = \sqrt{26{,}01} = 5{,}1$ cm
b $\angle D = 90°$ (stelling van Thales), dus
$DE^2 + DF^2 = EF^2$
$2{,}7^2 + 4^2 = EF^2$
$EF^2 = 23{,}29$
$EF = \sqrt{23{,}29} = 4{,}82\ldots$
$EM = 4{,}82\ldots : 2 = 2{,}41\ldots$
opp. cirkel $= \pi \cdot 2{,}41\ldots^2 \approx 18{,}3$ cm^2

Onderzoek De stelling van Pythagoras bewijzen

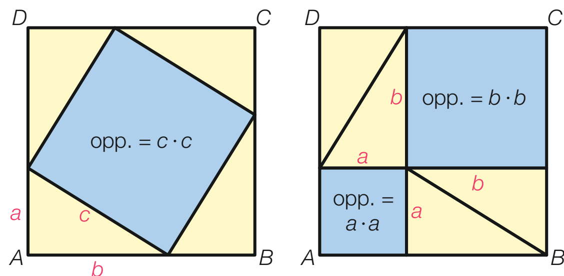
Bladzijde 94

1 **a** *
b, **c**



De groene en rode stukken passen precies op het blauwe stuk.
Daaruit volgt dat $a \cdot a + b \cdot b = c \cdot c$, oftewel $a^2 + b^2 = c^2$.

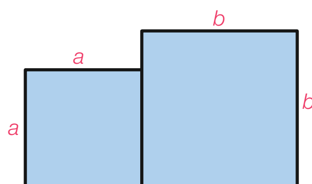
2



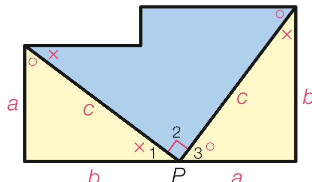
In de linkerfiguur zie je dat het blauwe gedeelte een oppervlakte heeft van $c \cdot c = c^2$.
In rechterfiguur zie je dat het blauwe gedeelte een oppervlakte heeft van $a \cdot a + b \cdot b = a^2 + b^2$.
In beide grote vierkanten zitten dezelfde vier gele driehoeken, dus de blauwe oppervlakte in de rechterfiguur is gelijk aan de blauwe oppervlakte in de linkerfiguur.
Hiermee is bewezen dat $a^2 + b^2 = c^2$.

Bladzijde 95

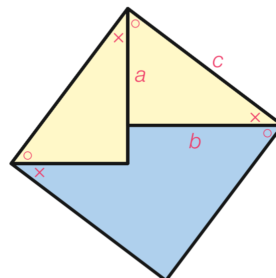
3 **a** *
b



a opp. = $a \cdot a + b \cdot b = a^2 + b^2$



b



c opp. = $c \cdot c = c^2$

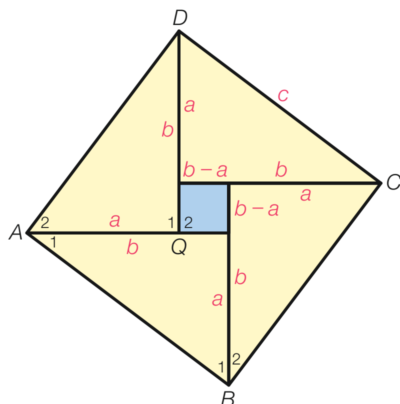
In figuur a is de totale oppervlakte van het blauwe gebied $a \cdot a + b \cdot b = a^2 + b^2$.
In figuur b geldt $\angle P_{123} = 180°$(gestrekte hoek), en dit geeft $\angle P_1 + \angle P_3 = 90°$. Dus in figuur c is elke hoek van de grote vierhoek 90°. En omdat de zijden van deze vierhoek elk lengte c hebben, is deze vierhoek een vierkant met oppervlakte $c \cdot c = c^2$.
Hiermee is bewezen dat $a^2 + b^2 = c^2$.

4 **a** $\angle A = 90°$
In $\triangle AKN$ is $\angle A + \angle K_1 + \angle N_1 = 180°$.
Hieruit volgt dat $\angle K_1 + \angle N_1 = 180° - \angle A = 180° - 90° = 90°$.
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$
Verder is $\angle K_3 = \angle N_1$, dus $\angle K_2 = 180° - 90° = 90°$. En net zo geldt dat $\angle N_2 = \angle L = \angle M = 90°$.
Alle zijden van $KLMN$ hebben lengte c en alle hoeken zijn recht, dus $KLMN$ is een vierkant.

b opp. $ABCD = 4 \cdot$ opp. $\triangle AKN$ + opp. $KLMN$
$(a + b) \cdot (a + b) = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot b + c \cdot c$
$a^2 + ab + ab + b^2 = 2ab + c^2$
$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$
$a^2 + b^2 = c^2$

5 **a** $\angle A_1 + \angle B_1 = 180° - 90° = 90°$ (hoekensom driehoek)
Verder is $\angle A_2 = \angle B_1$, dus $\angle A_1 + \angle A_2 = 90°$ oftewel $\angle A_{12} = 90°$.
Op dezelfde manier kan worden aangetoond dat $\angle B_{12}$, $\angle C_{12}$ en $\angle D_{12}$ ook 90° zijn, en omdat alle zijden van vierhoek $ABCD$ lengte c hebben, is $ABCD$ dus een vierkant.

b



Zie de figuur hierboven.
De kleine vierhoek heeft vier zijden met lengte $b - a$.
$\angle Q_1 = 90°$, dus $\angle Q_2 = 180° - 90° = 90°$(gestrekte hoek). Op dezelfde manier kun je laten zien dat de andere hoeken van het kleine vierkant 90° zijn. Dus de kleine vierhoek is een vierkant.

c opp. kleine vierkant = $(b - a) \cdot (b - a) = b^2 - ab - ab + a^2 = a^2 - 2ab + b^2$

d opp. $ABCD$ = 4 · opp. gele driehoek + opp. kleine vierkant
$c \cdot c = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot b + a^2 - 2ab + b^2$
$c^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2$
Dus $a^2 + b^2 = c^2$.

7 Kwadratische vergelijkingen

Voorkennis Delers en haakjes wegwerken

Bladzijde 98

1
a De delers van 12 zijn 1, 2, 3, 4, 6 en 12.
b De delers van 23 zijn 1 en 23.
c De delers van 90 zijn 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 en 90.
d De delers van 200 zijn 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100 en 200.

2
a $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$
b $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
c $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$
d $405 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

3
a $5(2x + 6) = 10x + 30$
b $x(6x - 2) = 6x^2 - 2x$
c $-(5x + 6) = -5x - 6$
d $-2x(3 - x) = -6x + 2x^2$
e $5a(3 - 2a) = 15a - 10a^2$
f $-x^2(5 + 2x) = -5x^2 - 2x^3$

4
a $(x + 4)(x + 3) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$
b $(x + 2)(x - 6) = x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$
c $3x(x + 4) = 3x^2 + 12x$
d $(x - 5)(x - 7) = x^2 - 7x - 5x + 35 = x^2 - 12x + 35$
e $(x + 4)(x + 4) = x^2 + 4x + 4x + 16 = x^2 + 8x + 16$
f $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 5x - 3x + 15 = x^2 + 2x - 15$

7.1 Buiten haakjes brengen

Bladzijde 99

1
a $12pq = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot p \cdot q$
b $20pq^2 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot p \cdot q \cdot q$
c $11xy^2 = 11 \cdot x \cdot y \cdot y$
d $25x^2y = 5 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot y$

2
a $3(x + 11) = 3x + 33$
b $x(x - 5) = x^2 - 5x$
c $a(3a - 2b) = 3a^2 - 2ab$
d $3a(5a + 1) = 15a^2 + 3a$

3
a $b(8a + 9) = 8ab + 9b$
b $x(2x + 1) = 2x^2 + x$
c $a(3b + 1) = 3ab + a$
d $x(5x - 3) = 5x^2 - 3x$

Bladzijde 100

4
a $4x + 6y = 2(2x + 3y)$
b $4x - xy = x(4 - y)$
c $x^2 + 18x = x(x + 18)$
d $8ab - 3b = b(8a - 3)$
e $pq + pr = p(q + r)$
f $3x^2 - 5x = x(3x - 5)$

5
a $3ab + 9a = 3a(b + 3)$
b $12ab - 9b = 3b(4a - 3)$
c $2p - 6 = 2(p - 3)$
d $3a^2 + 6a = 3a(a + 2)$
e $3a^2 - 6b = 3(a^2 - 2b)$
f $3ab - 3a = 3a(b - 1)$
g $3ab + 9c = 3(ab + 3c)$
h $3ab - 9ac = 3a(b - 3c)$

6
a $12xyz - 16xy = 4xy(3z - 4)$
b $2xy + 8xz = 2x(y + 4z)$
c $5x^2 - 15x^3 = 5x^2(1 - 3x)$
d $6x^3 - 12x = 6x(x^2 - 2)$
e $x^4 - x^3 + x^2 = x^2(x^2 - x + 1)$
f $25x^2 - 30x = 5x(5x - 6)$

7
a $6x^4 - 3x^2 = 3x^2(2x^2 - 1)$
b $10x^2 + 5x^2y = 5x^2(2 + y)$
c $3x^3 + 12x^2 - 33x = 3x(x^2 + 4x - 11)$

Bladzijde 101

8
a $4x^2y + xy - xy^2 = xy(4x + 1 - y)$
b $9p^3q^2r - 6pq^2r^3 = 3pq^2r(3p^2 - 2r^2)$
c $12x^8 - 18x^6 + 16x^5 = 2x^5(6x^3 - 9x + 8)$

L1
a $pq - 5p = p(q - 5)$
b $2a - 12a^2 = 2a(1 - 6a)$
c $8xy - 20yz = 4y(2x - 5z)$

9
a $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$
b Uit $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ volgt dat $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 3^2 = a^2 - 9$, en dat $(2x + 5)(2x - 5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$.
c $(a + 7)(a - 7) = a^2 - 49$
d $(b - 9)(b + 9) = b^2 - 81$
e $(5x - 6)(5x + 6) = 25x^2 - 36$
f $(3a + 2)(3a - 2) = 9a^2 - 4$
g $(x^2 + 2)(x^2 - 2) = x^4 - 4$
h $(a^3 - 5)(a^3 + 5) = a^6 - 25$

Bladzijde 102

10
a $a^2 - 4 = (a + 2)(a - 2)$
b $a^2 - 25 = (a + 5)(a - 5)$
c $a^4 - 144 = (a^2 + 12)(a^2 - 12)$
d $4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)$
e $16x^2 - 49 = (4x + 7)(4x - 7)$
f $100x^2 - 81 = (10x + 9)(10x - 9)$

11
a $a^2 - 64 = (a + 8)(a - 8)$
b $25a^2 - 4 = (5a + 2)(5a - 2)$
c $a^2 - 64a = a(a - 64)$
d $a^4 - 121 = (a^2 + 11)(a^2 - 11)$
e $36a^2 - a = a(36a - 1)$
f $225a^6 - 169 = (15a^3 + 13)(15a^3 - 13)$

12
a $25p^2 - 4 = (5p + 2)(5p - 2)$
b $p^4 - 4 = (p^2 + 2)(p^2 - 2)$
c $4x^8 - 81 = (2x^4 + 9)(2x^4 - 9)$

13
a $x^3 - 16x = x(x^2 - 16) = x(x + 4)(x - 4)$
b $4x^2 - 100 = 4(x^2 - 25) = 4(x + 5)(x - 5)$
c $x^4 - 16 = (x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$
d $x^4 - 64x^2 = x^2(x^2 - 64) = x^2(x + 8)(x - 8)$
e $6x^5 - 24x = 6x(x^4 - 4) = 6x(x^2 + 2)(x^2 - 2)$
f $6x^4 - 6x^2 = 6x^2(x^2 - 1) = 6x^2(x + 1)(x - 1)$

14
a $5p^2 - 125 = 5(p^2 - 25) = 5(p + 5)(p - 5)$
b $a^{12} - 9a^2 = a^2(a^{10} - 9) = a^2(a^5 + 3)(a^5 - 3)$
c $q^8 + p^6q^6 = q^6(q^2 + p^6)$
d $x^8y^6 - z^2 = (x^4y^3 + z)(x^4y^3 - z)$
e $a^9b^2 - 81ab^2 = ab^2(a^8 - 81) = ab^2(a^4 + 9)(a^4 - 9) = ab^2(a^4 + 9)(a^2 + 3)(a^2 - 3)$
f $18k^8 - 18 = 18(k^8 - 1) = 18(k^4 + 1)(k^4 - 1) =$
$18(k^4 + 1)(k^2 + 1)(k^2 - 1) = 18(k^4 + 1)(k^2 + 1)(k + 1)(k - 1)$

15
a $(a - 3)(a + 3) - 16 = a^2 - 9 - 16 = a^2 - 25 = (a + 5)(a - 5)$
b $(a - 3)^2 - 16 = (a - 3)^2 - 4^2 = (a - 3 + 4)(a - 3 - 4) = (a + 1)(a - 7)$
c $(a - 3)^4 - 81 =$
$(a - 3)^4 - 3^4 =$
$((a - 3)^2)^2 - (3^2)^2 =$
$((a - 3)^2 + 3^2)((a - 3)^2 - 3^2) =$
$(a^2 - 3a - 3a + 9 + 9)((a^2 - 3a - 3a + 9 - 9)$
$(a^2 - 6a + 18)(a^2 - 6a) =$
$a(a - 6)(a^2 - 6a + 18)$

L2
a $a^2 - 36 = (a + 6)(a - 6)$
b $9x^2 - 49 = (3x + 7)(3x - 7)$
c $p^{10} - 121 = (p^5 + 11)(p^5 - 11)$

7.2 De product-som-methode

Bladzijde 103

16 **a** $(x + 3)(x + 5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$
b $(x + 2)(x + 7) = x^2 + 7x + 2x + 14 = x^2 + 9x + 14$
c $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$
d $(x + 2)(x + 4) = x^2 + 4x + 2x + 8 = x^2 + 6x + 8$

17 **a** $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$
Als de zijden $(x + 5)$ en $(x + 2)$ zouden zijn, dan zou de oppervlakte van de rechthoek $x^2 + 7x + 10$ zijn. De oppervlakte is echter $x^2 + 7x + 12$, dus de zijden kunnen niet $(x + 5)$ en $(x + 2)$ zijn.
b $(x + 6)(x + 2) = x^2 + 2x + 6x + 12 = x^2 + 8x + 12$
De zijden zijn dus ook niet $(x + 6)$ en $(x + 2)$.
c De zijden zijn $(x + 4)$ en $(x + 3)$, want $(x + 4)(x + 3) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$.

18 **a** 4 en 5, want $4 \cdot 5 = 20$ en $4 + 5 = 9$.
b 1 en 20, want $1 \cdot 20 = 20$ en $1 + 20 = 21$.
c 2 en 10, want $2 \cdot 10 = 20$ en $2 + 10 = 12$.

Bladzijde 105

19 **a** Het product van de getallen is positief, dus de getallen moeten beide positief of beide negatief zijn. Omdat de som van de getallen ook positief is, zijn beide getallen dus positief.

product 12		som
1	12	13
2	6	8
3	4	7

b 3 en 4, want $3 \cdot 4 = 12$ en $3 + 4 = 7$.
c $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$
d $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

20 **a** $x^2 + 8x + 7 = (x + 1)(x + 7)$
b $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$
c $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$
d $x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$
e $x^2 + 9x + 18 = (x + 3)(x + 6)$
f $x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$

21 **a** Het product van de getallen is positief, dus de getallen moeten beide positief of beide negatief zijn. Omdat de som van de getallen negatief is, zijn beide getallen dus negatief.

product 12		som
−1	−12	−13
−2	−6	−8
−3	−4	−7

b −2 en −6, want $-2 \cdot -6 = 12$ en $-2 + -6 = -8$.
c $x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$
d $x^2 - 13x + 12 = (x - 1)(x - 13)$

22 **a** $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$
b $x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5)$
c $x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$
d $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$
e $x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4)$
f $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2)$

23 **a** $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$
b $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5)$
c $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3)$
d $x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$
e $x^2 + 14x + 33 = (x + 3)(x + 11)$
f $x^2 - 11x + 18 = (x - 2)(x - 9)$

L3 **a** $x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$
b $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$
c $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7)$

Bladzijde 106

24 **a** Als beide getallen hetzelfde teken hebben, is hun product altijd positief. Dus om een negatief product te krijgen, moet het teken van de twee getallen verschillen. Dus één van de getallen is positief, en het andere is negatief.

b

product −10		som
1	−10	−9
−1	10	9
2	−5	−3
−2	5	3

c 2 en −5, want $2 \cdot -5 = -10$ en $2 + -5 = -3$.
d $x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$
e $x^2 + 9x - 10 = (x - 1)(x + 10)$

25 Aafke heeft gelijk, want $(x + 8)(x - 1) = x^2 - x + 8x - 8 = x^2 + 7x - 8$.
Nando heeft geen gelijk, want $(x + 1)(x - 8) = x^2 - 8x + x - 8 = x^2 - 7x - 8$.

26
a $x^2 - 9x - 10 = (x + 1)(x - 10)$
b $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5)$
c $x^2 + 8x - 33 = (x - 3)(x + 11)$
d $x^2 - 9x - 22 = (x + 2)(x - 11)$
e $x^2 - 5x - 24 = (x + 3)(x - 8)$
f $x^2 + 3x - 18 = (x - 3)(x + 6)$

Bladzijde 107

27
a $x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$
b $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$
c $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$
d $x^2 - x - 90 = (x + 9)(x - 10)$
e $x^2 + x - 110 = (x - 10)(x + 11)$
f $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$

28
a $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$
b $x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$
c $x^2 + 13x + 22 = (x + 2)(x + 11)$
d $x^2 + 9x - 22 = (x - 2)(x + 11)$
e $x^2 - 8x - 33 = (x + 3)(x - 11)$
f $x^2 - 11x + 10 = (x - 1)(x - 10)$
g $x^2 + x - 90 = (x - 9)(x + 10)$
h $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$
i $x^2 - x - 42 = (x + 6)(x - 7)$

L4
a $x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$
b $x^2 - 10x + 16 = (x - 2)(x - 8)$
c $x^2 + 19x - 20 = (x - 1)(x + 20)$
d $x^2 - 12x + 35 = (x - 5)(x - 7)$
e $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$
f $x^2 - x - 30 = (x + 5)(x - 6)$

29
a $x^2 + 15x + 26 = (x + 2)(x + 13)$
b $x^2 - 27x + 26 = (x - 1)(x - 26)$
c $x^2 - 81x = x(x - 81)$
d $x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9)$
e $x^2 - 14x = x(x - 14)$
f $49x^2 - 4 = (7x + 2)(7x - 2)$
g $x^2 + x - 42 = (x - 6)(x + 7)$
h $8x^2 + 4x = 4x(2x + 1)$
i $x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$

30
a $x^2 - 17x - 60 = (x + 3)(x - 20)$
b $x^2 + 16x = x(x + 16)$
c $x^2 + 18x - 63 = (x - 3)(x + 21)$
d $16x^4 - 9 = (4x^2 + 3)(4x^2 - 3)$
e $6x^2 - 32x = 2x(3x - 16)$
f $x^2 - 21x + 68 = (x - 4)(x - 17)$

31
a $x^3 + 2x^2 - 8x = x(x^2 + 2x - 8) = x(x - 2)(x + 4)$
b $5x^3 - 10x^2 - 15x = 5x(x^2 - 2x - 3) = 5x(x + 1)(x - 3)$
c $x^4 - x^3 - x^2 = x^2(x^2 - x - 1)$
d $x^3 - 144x = x(x^2 - 144) = x(x + 12)(x - 12)$
e $6x^2 - 6x - 12 = 6(x^2 - x - 2) = 6(x + 1)(x - 2)$
f $2x^3 + 8x^2 - 24x = 2x(x^2 + 4x - 12) = 2x(x - 2)(x + 6)$

32
a $x^3 + 15x^2 + 54x = x(x^2 + 15x + 54) = x(x + 6)(x + 9)$
b $12x^3 + 16x^2 = 4x^2(3x + 4)$
c $2x^2 - 50 = 2(x^2 - 25) = 2(x + 5)(x - 5)$
d $x^3 - 20x^2 + 100x = x(x^2 - 20x + 100) = x(x - 10)(x - 10)$
e $5x^4 - 80x^3 + 140x^2 = 5x^2(x^2 - 16x + 28) = 5x^2(x - 2)(x - 14)$
f $16x^5 - x^3 = x^3(16x^2 - 1) = x^3(4x + 1)(4x - 1)$

Bladzijde 108

33
a $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)$
b $a^4 + a^2 - 20 = (a^2 + 5)(a^2 - 4) = (a^2 + 5)(a + 2)(a - 2)$
c $3x^4 + 45x^2 - 48 = 3(x^4 + 15x^2 - 16) = 3(x^2 + 16)(x^2 - 1) = 3(x^2 + 16)(x + 1)(x - 1)$
d $x^{16} + x^8 - 2 = (x^8 + 2)(x^8 - 1) = (x^8 + 2)(x^4 + 1)(x^4 - 1) = (x^8 + 2)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) =$
$(x^8 + 2)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$
e $a^8 - a^4 = a^4(a^4 - 1) = a^4(a^2 + 1)(a^2 - 1) = a^4(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$
f $x^8 - 17x^4 + 16 = (x^4 - 1)(x^4 - 16) = (x^2 + 1)(x^2 - 1)(x^2 + 4)(x^2 - 4) =$
$(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$

34
a $x^2 + 6\frac{1}{2}x + 3 = (x + 6)(x + \frac{1}{2})$
b $x^2 - 10\frac{1}{2}x + 5 = (x - 10)(x - \frac{1}{2})$
c $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = (x - 1)(x + \frac{1}{3})$
d $x^2 - 5\frac{1}{3}x - 4 = (x - 6)(x + \frac{2}{3})$
e $x^2 - 3\frac{4}{5}x - 6 = (x - 5)(x + 1\frac{1}{5})$
f $x^2 - 10\frac{1}{2}x + 27 = (x - 6)(x - 4\frac{1}{2})$

Bladzijde 109

35
a Omdat je elk product van natuurlijke getallen kunt schrijven als een som van natuurlijke getallen (bijvoorbeeld $3 \cdot 7 = 7 + 7 + 7$), is het product van twee of meer natuurlijke getallen ook een natuurlijk getal.
b $2kn$ is een natuurlijk getal, want het is een product van drie natuurlijke getallen. Dus $2kn + n + k$ is een som van drie natuurlijke getallen, en hieruit volgt dat $2kn + n + k$ een natuurlijk getal is.

36 Stel het ene oneven getal is a, dus $a = 2n + 1$.
Stel het andere oneven getal is b, dus $b = 2k + 1$.
Dan is $a + b = 2n + 1 + 2k + 1 = 2n + 2k + 2 = 2(n + k + 1)$.
$n + k + 1$ is een natuurlijk getal p, dus $a + b$ is van de vorm $2p$.
Dus $a + b$ is even.

37 **a** Stel het ene even getal is a, dus $a = 2n$.
Stel het andere even getal is b, dus $b = 2k$.
Dan is $a + b = 2n + 2k = 2(n + k)$.
$n + k$ is een natuurlijk getal p, dus $a + b$ is van de vorm $2p$.
Dus $a + b$ is even.

b Stel het eerste natuurlijke getal is n.
Dan is het volgende natuurlijke getal $n + 1$.
Dus de som van de twee getallen is $n + n + 1 = 2n + 1$.
Dus de som van twee opeenvolgende natuurlijke getallen is oneven.

c Stel het ene even getal is a, dus $a = 2n$.
Stel het andere even getal is b, dus $b = 2k$.
Dan is $a \cdot b = 2n \cdot 2k = 4kn$.
kn is een natuurlijk getal p, dus $a \cdot b$ is van de vorm $4p$.
Dus $a \cdot b$ is deelbaar door 4.

d Stel het ene vijfvoud is a, dus $a = 5n$.
Stel het andere vijfvoud is b, dus $b = 5k$.
Dan is $a + b = 5n + 5k = 5(n + k)$.
$n + k$ is een natuurlijk getal p, dus $a + b$ is van de vorm $5p$.
Dus $a + b$ is een vijfvoud.

38 **a** Stel het eerste natuurlijke getal is n.
Dan zijn de daaropvolgende natuurlijke getallen $n + 1$, $n + 2$ en $n + 3$.
Dus de som van de vier getallen is $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6 = 2(2n + 3)$.
$2n + 3$ is een natuurlijk getal p, dus de som is van de vorm $2p$.
Dus de som van vier opeenvolgende natuurlijke getallen is even.

b Stel het eerste even getal is $2n$.
Dan zijn de twee daaropvolgende even getallen $2n + 2$ en $2n + 4$.
Dus de som van de drie getallen is $2n + 2n + 2 + 2n + 4 = 6n + 6 = 6(n + 1)$.
$n + 1$ is een natuurlijk getal p, dus de som is van de vorm $6p$.
Dus de som van drie opeenvolgende even getallen is deelbaar door 6.

39 **a** $765 - 567 = 198$
$321 - 123 = 198$
$543 - 345 = 198$
$987 - 789 = 198$
Vermoeden
Als je een getal van drie opeenvolgende cijfers neemt en je draait de volgorde van de cijfers om, dan is het verschil van het tweede en het eerste getal 198.

b Stel het eerste getal is xyz, dan is het tweede getal zyx.
Het eerste getal is te schrijven als $100x + 10y + z$.
Het tweede getal is te schrijven als $100z + 10y + x$.
Verder geldt $z - x = 2$.
Het verschil van het tweede en het eerste getal is
$100z + 10y + x - (100x + 10y + z) =$
$100z + 10y + x - 100x - 10y - z =$
$99z - 99x = 99(z - x) = 99 \cdot 2 = 198$.
Hiermee is het vermoeden bewezen.

L5 Stel het even getal is a, dus $a = 2n$ en het oneven getal is b, dus $b = 2k + 1$.
Dan is $a + b = 2n + 2k + 1 = 2(n + k) + 1$.
$n + k$ is een natuurlijk getal p, dus $a + b$ is van de vorm $2p + 1$.
Dus $a + b$ is oneven.

7.3 Kwadratische vergelijkingen

Bladzijde 110

40
a $x - 11 = 0$
$x = 11$
b $3x + 12 = 0$
$3x = -12$
$x = -4$
c $5x = 0$
$x = 0$
d $x + 8 = 0$
$x = -8$
e $5x - 20 = 0$
$5x = 20$
$x = 4$
f $-3x = 0$
$x = 0$

41
a Vervang x door 3.
Je krijgt $(3 - 4)(3 + 3) = -1 \cdot 6 = -6$.
$-6 \neq 0$, dus $x = 3$ is geen oplossing.
b Vervang x door -3.
Je krijgt $(-3 - 4)(-3 + 3) = -7 \cdot 0 = 0$.
Er komt 0 uit, dus $x = -3$ is een oplossing.

42 Minstens één van de twee getallen is 0.

Bladzijde 111

43
a $(x + 3)(x - 9) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 9 = 0$
$x = -3 \vee x = 9$
b $2x(x + 5) = 0$
$2x = 0 \vee x + 5 = 0$
$x = 0 \vee x = -5$
c $(x - 1)(2x + 15) = 0$
$x - 1 = 0 \vee 2x + 15 = 0$
$x = 1 \vee 2x = -15$
$x = 1 \vee x = -7\frac{1}{2}$
d $a(a - 10) = 0$
$a = 0 \vee a - 10 = 0$
$a = 0 \vee a = 10$
e $(x + 3)(x - 3) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = -3 \vee x = 3$
f $-6x(x + 3) = 0$
$-6x = 0 \vee x + 3 = 0$
$x = 0 \vee x = -3$

L6
a $(x + 5)(2x - 2) = 0$
$x + 5 = 0 \vee 2x - 2 = 0$
$x = -5 \vee 2x = 2$
$x = -5 \vee x = 1$
b $5x(x + 1) = 0$
$5x = 0 \vee x + 1 = 0$
$x = 0 \vee x = -1$

44
a $x^2 + 6x = x(x + 6)$
b $x(x + 6) = 0$
$x = 0 \vee x + 6 = 0$
$x = 0 \vee x = -6$
c $2x^2 - 8x = 0$
$2x(x - 4) = 0$
$2x = 0 \vee x - 4 = 0$
$x = 0 \vee x = 4$

Bladzijde 112

45 $3a^2 + 9a = 0$
$a(3a + 9) = 0$
$a = 0 \vee 3a + 9 = 0$
$a = 0 \vee 3a = -9$
$a = 0 \vee a = -3$
*

46 **a** $x^2 - 13x + 12 = 0$
$(x-1)(x-12) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x - 12 = 0$
$x = 1 \vee x = 12$

b $a^2 - a - 12 = 0$
$(a+3)(a-4) = 0$
$a + 3 = 0 \vee a - 4 = 0$
$a = -3 \vee a = 4$

c $a^2 - 10a - 24 = 0$
$(a+2)(a-12) = 0$
$a + 2 = 0 \vee a - 12 = 0$
$a = -2 \vee a = 12$

d $25a^2 - 1 = 0$
$(5a+1)(5a-1) = 0$
$5a + 1 = 0 \vee 5a - 1 = 0$
$5a = -1 \vee 5a = 1$
$a = -\frac{1}{5} \vee a = \frac{1}{5}$

e $3x^2 - x = 0$
$x(3x-1) = 0$
$x = 0 \vee 3x - 1 = 0$
$x = 0 \vee 3x = 1$
$x = 0 \vee x = \frac{1}{3}$

f $5x^2 - 15x = 0$
$5x(x-3) = 0$
$5x = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = 0 \vee x = 3$

47 **a** $y^2 - 9y + 20 = 0$
$(y-4)(y-5) = 0$
$y - 4 = 0 \vee y - 5 = 0$
$y = 4 \vee y = 5$

b $p^2 + 2p - 35 = 0$
$(p-5)(p+7) = 0$
$p - 5 = 0 \vee p + 7 = 0$
$p = 5 \vee p = -7$

c $16x^2 - 81 = 0$
$(4x+9)(4x-9) = 0$
$4x + 9 = 0 \vee 4x - 9 = 0$
$4x = -9 \vee 4x = 9$
$x = -2\frac{1}{4} \vee x = 2\frac{1}{4}$

d $x^2 + x - 12 = 0$
$(x-3)(x+4) = 0$
$x - 3 = 0 \vee x + 4 = 0$
$x = 3 \vee x = -4$

e $5t - t^2 = 0$
$t(5-t) = 0$
$t = 0 \vee 5 - t = 0$
$t = 0 \vee t = 5$

f $q^2 + 63 + 16q = 0$
$q^2 + 16q + 63 = 0$
$(q+7)(q+9) = 0$
$q + 7 = 0 \vee q + 9 = 0$
$q = -7 \vee q = -9$

48 Als $x = -4$ een oplossing van de vergelijking is, dan is $(x + 4)$ een factor van de ontbinding.
Als $x = 6$ een oplossing van de vergelijking is, dan is $(x - 6)$ een factor van de ontbinding.
$(x+4)(x-6) = x^2 - 6x + 4x - 24 = x^2 - 2x - 24$
Dus $b = -2$ en $c = -24$.

L7 **a** $x^2 + 5x - 14 = 0$
$(x-2)(x+7) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 7 = 0$
$x = 2 \vee x = -7$

b $2a^2 - 12a = 0$
$2a(a-6) = 0$
$2a = 0 \vee a - 6 = 0$
$a = 0 \vee a = 6$

c $25x^2 - 16 = 0$
$(5x+4)(5x-4) = 0$
$5x + 4 = 0 \vee 5x - 4 = 0$
$5x = -4 \vee 5x = 4$
$x = -\frac{4}{5} \vee x = \frac{4}{5}$

49 Bo heeft ongelijk omdat er nog allerlei andere getallen voor A en B te vinden zijn waarvoor geldt dat het product 12 is. Bijvoorbeeld: $A = 2$ en $B = 6$ geeft $2 \cdot 6 = 12$
$A = 3$ en $B = 4$ geeft $3 \cdot 4 = 12$
$A = -1$ en $B = -12$ geeft $-1 \cdot -12 = 12$
$A = -24$ en $B = -\frac{1}{2}$ geeft $-24 \cdot -\frac{1}{2} = 12$
enzovoort.

Bladzijde 113

50 **a** $x^2 + 3x = 10$
$x^2 + 3x - 10 = 0$
$(x-2)(x+5) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 5 = 0$
$x = 2 \vee x = -5$

b $x^2 - x = 12$
$x^2 - x - 12 = 0$
$(x+3)(x-4) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 4 = 0$
$x = -3 \vee x = 4$

c $x^2 = 5x$
$x^2 - 5x = 0$
$x(x-5) = 0$
$x = 0 \vee x - 5 = 0$
$x = 0 \vee x = 5$

d $x^2 - 5 = 4x$
$x^2 - 4x - 5 = 0$
$(x+1)(x-5) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
$x = -1 \vee x = 5$

e $x^2 + 18 = 19x$
$x^2 - 19x + 18 = 0$
$(x-1)(x-18) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x - 18 = 0$
$x = 1 \vee x = 18$

f $x^2 - 3x = 18$
$x^2 - 3x - 18 = 0$
$(x+3)(x-6) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 6 = 0$
$x = -3 \vee x = 6$

Bladzijde 114

51

a $x^2 + 3x = 5x$
$x^2 - 2x = 0$
$x(x - 2) = 0$
$x = 0 \vee x - 2 = 0$
$x = 0 \vee x = 2$

b $x^2 + 5 = 5x - 1$
$x^2 - 5x + 5 = -1$
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$(x - 2)(x - 3) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = 2 \vee x = 3$

c $x^2 + 3x - 12 = 3x + 4$
$x^2 - 12 = 4$
$x^2 - 16 = 0$
$(x + 4)(x - 4) = 0$
$x + 4 = 0 \vee x - 4 = 0$
$x = -4 \vee x = 4$

d $3x(x - 1) = 0$
$3x = 0 \vee x - 1 = 0$
$x = 0 \vee x = 1$

e $x^2 - 7x = 3x + 11$
$x^2 - 10x = 11$
$x^2 - 10x - 11 = 0$
$(x + 1)(x - 11) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 11 = 0$
$x = -1 \vee x = 11$

f $x^2 + x + 1 = 29 - 2x$
$x^2 + 3x + 1 = 29$
$x^2 + 3x - 28 = 0$
$(x - 4)(x + 7) = 0$
$x - 4 = 0 \vee x + 7 = 0$
$x = 4 \vee x = -7$

52

a $2x^2 + 8x - 10 = 0$
$x^2 + 4x - 5 = 0$
$(x - 1)(x + 5) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x + 5 = 0$
$x = 1 \vee x = -5$

b $8x^2 + 8x - 16 = 0$
$x^2 + x - 2 = 0$
$(x - 1)(x + 2) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x + 2 = 0$
$x = 1 \vee x = -2$

c $-5x^2 + 25x = -70$
$-5x^2 + 25x + 70 = 0$
$x^2 - 5x - 14 = 0$
$(x + 2)(x - 7) = 0$
$x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
$x = -2 \vee x = 7$

d $0{,}5x^2 - 10 = 4x$
$0{,}5x^2 - 4x - 10 = 0$
$x^2 - 8x - 20 = 0$
$(x + 2)(x - 10) = 0$
$x + 2 = 0 \vee x - 10 = 0$
$x = -2 \vee x = 10$

53

a $x^2 - 20 = 3x + 8$
$x^2 - 3x - 20 = 8$
$x^2 - 3x - 28 = 0$
$(x + 4)(x - 7) = 0$
$x + 4 = 0 \vee x - 7 = 0$
$x = -4 \vee x = 7$

b $3x^2 - 7x = 2x$
$3x^2 - 9x = 0$
$3x(x - 3) = 0$
$3x = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = 0 \vee x = 3$

c $2x^2 = 60 + 14x$
$2x^2 - 14x = 60$
$2x^2 - 14x - 60 = 0$
$x^2 - 7x - 30 = 0$
$(x + 3)(x - 10) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 10 = 0$
$x = -3 \vee x = 10$

d $(x - 7)(2x - 1) = 0$
$x - 7 = 0 \vee 2x - 1 = 0$
$x = 7 \vee 2x = 1$
$x = 7 \vee x = \frac{1}{2}$

e $5x^2 - 35x = 90$
$5x^2 - 35x - 90 = 0$
$x^2 - 7x - 18 = 0$
$(x + 2)(x - 9) = 0$
$x + 2 = 0 \vee x - 9 = 0$
$x = -2 \vee x = 9$

f $x^2 - 5x + 2 = 10 + 2x$
$x^2 - 7x + 2 = 10$
$x^2 - 7x - 8 = 0$
$(x + 1)(x - 8) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
$x = -1 \vee x = 8$

L8

a $x^2 + 7 = 8x$
$x^2 - 8x + 7 = 0$
$(x - 1)(x - 7) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x - 7 = 0$
$x = 1 \vee x = 7$

b $x^2 = 12x$
$x^2 - 12x = 0$
$x(x - 12) = 0$
$x = 0 \vee x - 12 = 0$
$x = 0 \vee x = 12$

c $x^2 + x - 10 = 10$
$x^2 + x - 20 = 0$
$(x - 4)(x + 5) = 0$
$x - 4 = 0 \vee x + 5 = 0$
$x = 4 \vee x = -5$

54

a $x(x - 6) = x^2 - 6x$, dus je krijgt de vergelijking $x^2 - 6x = 7$.

b $x^2 - 6x = 7$
$x^2 - 6x - 7 = 0$
$(x + 1)(x - 7) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 7 = 0$
$x = -1 \vee x = 7$

c Bij $x(x - 6) = 0$ is het rechterlid 0 en het linkerlid ontbonden in factoren.
Je kunt dus direct toepassen: $A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$.
$x(x - 6) = 0$
$x = 0 \vee x - 6 = 0$
$x = 0 \vee x = 6$

55

a $x(x+6)=5x$
$x^2+6x=5x$
$x^2+x=0$
$x(x+1)=0$
$x=0 \vee x+1=0$
$x=0 \vee x=-1$

b $x(x+6)=0$
$x=0 \vee x+6=0$
$x=0 \vee x=-6$

c $(x+3)(x-8)=0$
$x+3=0 \vee x-8=0$
$x=-3 \vee x=8$

d $(x+1)(x+5)=5$
$x^2+5x+x+5=5$
$x^2+6x+5=5$
$x^2+6x=0$
$x(x+6)=0$
$x=0 \vee x+6=0$
$x=0 \vee x=-6$

e $(x+1)(x-3)=12$
$x^2-3x+x-3=12$
$x^2-2x-3=12$
$x^2-2x-15=0$
$(x+3)(x-5)=0$
$x+3=0 \vee x-5=0$
$x=-3 \vee x=5$

f $(2x+1)(x-1)=0$
$2x+1=0 \vee x-1=0$
$2x=-1 \vee x=1$
$x=-\frac{1}{2} \vee x=1$

56

a $(x+2)(x-2)=3x$
$x^2-4=3x$
$x^2-3x-4=0$
$(x+1)(x-4)=0$
$x+1=0 \vee x-4=0$
$x=-1 \vee x=4$

b $(x+3)(x-1)=32$
$x^2-x+3x-3=32$
$x^2+2x-3=32$
$x^2+2x-35=0$
$(x-5)(x+7)=0$
$x-5=0 \vee x+7=0$
$x=5 \vee x=-7$

c $(3x+9)(x-2)=0$
$3x+9=0 \vee x-2=0$
$3x=-9 \vee x=2$
$x=-3 \vee x=2$

d $2x(x-5)=28$
$2x^2-10x=28$
$2x^2-10x-28=0$
$x^2-5x-14=0$
$(x+2)(x-7)=0$
$x+2=0 \vee x-7=0$
$x=-2 \vee x=7$

e $(x+3)^2=6x+18$
$(x+3)(x+3)=6x+18$
$x^2+3x+3x+9=6x+18$
$x^2+6x+9=6x+18$
$x^2+9=18$
$x^2-9=0$
$(x+3)(x-3)=0$
$x+3=0 \vee x-3=0$
$x=-3 \vee x=3$

f $(x-4)(x+1)=3x+3$
$x^2+x-4x-4=3x+3$
$x^2-3x-4=3x+3$
$x^2-6x-4=3$
$x^2-6x-7=0$
$(x+1)(x-7)=0$
$x+1=0 \vee x-7=0$
$x=-1 \vee x=7$

57

a $3x(x-4)=15$
$3x^2-12x=15$
$3x^2-12x-15=0$
$x^2-4x-5=0$
$(x+1)(x-5)=0$
$x+1=0 \vee x-5=0$
$x=-1 \vee x=5$

b $-x(x+2)=-3$
$-x^2-2x=-3$
$-x^2-2x+3=0$
$x^2+2x-3=0$
$(x-1)(x+3)=0$
$x-1=0 \vee x+3=0$
$x=1 \vee x=-3$

c $(2x-3)(2x+3)=3(4x-3)$
$4x^2-9=12x-9$
$4x^2-12x-9=-9$
$4x^2-12x=0$
$4x(x-3)=0$
$4x=0 \vee x-3=0$
$x=0 \vee x=3$

d $x^2+(x+2)^2=34$
$x^2+(x+2)(x+2)=34$
$x^2+x^2+2x+2x+4=34$
$2x^2+4x+4=34$
$2x^2+4x-30=0$
$x^2+2x-15=0$
$(x-3)(x+5)=0$
$x-3=0 \vee x+5=0$
$x=3 \vee x=-5$

L9

a $x(x-6)=7x$
$x^2-6x=7x$
$x^2-13x=0$
$x(x-13)=0$
$x=0 \vee x-13=0$
$x=0 \vee x=13$

b $(x-2)(x+3)=2x$
$x^2+3x-2x-6=2x$
$x^2+x-6=2x$
$x^2-x-6=0$
$(x+2)(x-3)=0$
$x+2=0 \vee x-3=0$
$x=-2 \vee x=3$

c $(3x+6)(x-8)=0$
$3x+6=0 \vee x-8=0$
$3x=-6 \vee x=8$
$x=-2 \vee x=8$

7.4 Oplosmethoden

Bladzijde 115

58 **a** Het kwadraat van 7 en van −7 is 49.
Dus $x = 7$ en $x = -7$ zijn de oplossingen van de vergelijking $x^2 = 49$.
b $x^2 = 25$ geeft $x = 5$ en $x = -5$
c $x^2 = 0$ geeft $x = 0$
d De vergelijking $x^2 = -25$ heeft geen oplossing omdat het kwadraat van een getal nooit negatief is.

Bladzijde 116

59 $4x^2 - 6 = 58$
$4x^2 - 64 = 0$
$(2x + 8)(2x - 8) = 0$
$2x + 8 = 0 \vee 2x - 8 = 0$
$2x = -8 \vee 2x = 8$
$x = -4 \vee x = 4$
*

60 **a** $x^2 = 25$
$x = 5 \vee x = -5$
b $x^2 = -25$
geen oplossing
c $x^2 = 0$
$x = 0$
d $x^2 - 11 = 0$
$x^2 = 11$
$x = \sqrt{11} \vee x = -\sqrt{11}$
$x \approx 3{,}32 \vee x \approx -3{,}32$
e $2x^2 = 50$
$x^2 = 25$
$x = 5 \vee x = -5$
f $\frac{1}{5}x^2 = 20$
$x^2 = 100$
$x = 10 \vee x = -10$
g $5x^2 - 1 = 4$
$5x^2 = 5$
$x^2 = 1$
$x = 1 \vee x = -1$
h $-3x^2 + 22 = 1$
$-3x^2 = -21$
$x^2 = 7$
$x = \sqrt{7} \vee x = -\sqrt{7}$
$x \approx 2{,}65 \vee x \approx -2{,}65$
i $3x^2 - 31 = -4$
$3x^2 = 27$
$x^2 = 9$
$x = 3 \vee x = -3$

61 **a** $7x^2 - 10 = -10$
$7x^2 = 0$
$x^2 = 0$
$x = 0$
b $2x^2 + 2 = 8$
$2x^2 = 6$
$x^2 = 3$
$x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$
$x \approx 1{,}73 \vee x \approx -1{,}73$
c $\frac{1}{3}x^2 + 2 = 14$
$\frac{1}{3}x^2 = 12$
$x^2 = 36$
$x = 6 \vee x = -6$
d $-4x^2 + 100 = 0$
$-4x^2 = -100$
$x^2 = 25$
$x = 5 \vee x = -5$
e $5x^2 + 0{,}2 = 0$
$5x^2 = -0{,}2$
$x^2 = -0{,}04$
geen oplossing
f $-4x^2 + 35 = -9$
$-4x^2 = -44$
$x^2 = 11$
$x = \sqrt{11} \vee x = -\sqrt{11}$
$x \approx 3{,}32 \vee x \approx -3{,}32$

62 **a** $h = 0$ geeft $-4t^2 + 27 = 0$
$-4t^2 = -27$
$t^2 = 6{,}75$
$t = \sqrt{6{,}75} \vee t = -\sqrt{6{,}75}$
$t = 2{,}59\ldots \vee t = -2{,}59\ldots$
Rhiannan komt na ongeveer 2,6 seconden in het water terecht.
b $t = 0$ geeft $h = -4 \cdot 0^2 + 27 = 27$, dus ze duikt van een hoogte van 27 meter.
$\frac{27}{2{,}59\ldots} = 10{,}39\ldots$ meter per seconde
De gemiddelde snelheid tijdens de duik is $\frac{10{,}39\ldots \cdot 60 \cdot 60}{1000} \approx 37$ km per uur.

L10 **a** $3x^2 + 8 = 35$
$3x^2 = 27$
$x^2 = 9$
$x = 3 \vee x = -3$

b $-5x^2 - 2 = 8$
$-5x^2 = 10$
$x^2 = -2$
geen oplossing

c $-6x^2 + 2 = -16$
$-6x^2 = -18$
$x^2 = 3$
$x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$
$x \approx 1{,}73 \vee x \approx -1{,}73$

Bladzijde 117

63 **a** $x^2 - 2 = 0$
$x^2 = 2$
$x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$
$x \approx 1{,}41 \vee x \approx -1{,}41$

b $x^2 - 2 = x$
$x^2 - x - 2 = 0$
$(x+1)(x-2) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
$x = -1 \vee x = 2$

c $x^2 - 15x = 34$
$x^2 - 15x - 34 = 0$
$(x+2)(x-17) = 0$
$x + 2 = 0 \vee x - 17 = 0$
$x = -2 \vee x = 17$

d $5x^2 - 11 = 34$
$5x^2 = 45$
$x^2 = 9$
$x = 3 \vee x = -3$

64 **a** $x^2 + 8 = 9x$
$x^2 - 9x + 8 = 0$
$(x-1)(x-8) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
$x = 1 \vee x = 8$

b $x^2 + 9x = 3x$
$x^2 + 6x = 0$
$x(x+6) = 0$
$x = 0 \vee x + 6 = 0$
$x = 0 \vee x = -6$

c $3(x^2 - 7) = 6$
$3x^2 - 21 = 6$
$3x^2 = 27$
$x^2 = 9$
$x = 3 \vee x = -3$

d $9x^2 - 19 = 17$
$9x^2 = 36$
$x^2 = 4$
$x = 2 \vee x = -2$

e $3x^2 + 21x = 3x + 21$
$3x^2 + 18x = 21$
$3x^2 + 18x - 21 = 0$
$x^2 + 6x - 7 = 0$
$(x-1)(x+7) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x + 7 = 0$
$x = 1 \vee x = -7$

f $x(x-4) = 4(x-4)$
$x^2 - 4x = 4x - 16$
$x^2 - 8x = -16$
$x^2 - 8x + 16 = 0$
$(x-4)(x-4) = 0$
$x - 4 = 0$
$x = 4$

g $3 - 2x^2 = 11$
$-2x^2 = 8$
$x^2 = -4$
geen oplossing

h $x^2 + 3x = 33 - 5x$
$x^2 + 8x = 33$
$x^2 + 8x - 33 = 0$
$(x-3)(x+11) = 0$
$x - 3 = 0 \vee x + 11 = 0$
$x = 3 \vee x = -11$

i $(x-2)(x+5) = 3x + 6$
$x^2 + 5x - 2x - 10 = 3x + 6$
$x^2 + 3x - 10 = 3x + 6$
$x^2 - 10 = 6$
$x^2 = 16$
$x = 4 \vee x = -4$

65 **a** $x^3 - 6x^2 + 5x = 0$
$x(x^2 - 6x + 5) = 0$
$x(x-1)(x-5) = 0$
$x = 0 \vee x - 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
$x = 0 \vee x = 1 \vee x = 5$

b $x^3 - 2x^2 - 48x = 0$
$x(x^2 - 2x - 48) = 0$
$x(x+6)(x-8) = 0$
$x = 0 \vee x + 6 = 0 \vee x - 8 = 0$
$x = 0 \vee x = -6 \vee x = 8$

c $x^3 - 25x = 0$
$x(x^2 - 25) = 0$
$x(x+5)(x-5) = 0$
$x = 0 \vee x + 5 = 0 \vee x - 5 = 0$
$x = 0 \vee x = -5 \vee x = 5$

d $-5x^3 + 10x = 5x^2$
$-5x^3 - 5x^2 + 10x = 0$
$-5x(x^2 + x - 2) = 0$
$-5x(x-1)(x+2) = 0$
$-5x = 0 \vee x - 1 = 0 \vee x + 2 = 0$
$x = 0 \vee x = 1 \vee x = -2$

e $(x-6)(x+3)(2x-4) = 0$
$x - 6 = 0 \vee x + 3 = 0 \vee 2x - 4 = 0$
$x = 6 \vee x = -3 \vee 2x = 4$
$x = 6 \vee x = -3 \vee x = 2$

f $x^4 - 5x^3 - 14x^2 = 0$
$x^2(x^2 - 5x - 14) = 0$
$x^2(x+2)(x-7) = 0$
$x^2 = 0 \vee x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
$x = 0 \vee x = -2 \vee x = 7$

66 **a** $x^3 = 9x$
$x^3 - 9x = 0$
$x(x^2 - 9) = 0$
$x(x + 3)(x - 3) = 0$
$x = 0 \vee x + 3 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = 0 \vee x = -3 \vee x = 3$

b $2x^3 - 12x = 2x^2$
$2x^3 - 2x^2 - 12x = 0$
$2x(x^2 - x - 6) = 0$
$2x(x + 2)(x - 3) = 0$
$2x = 0 \vee x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = 0 \vee x = -2 \vee x = 3$

c $x^3(x - 6) = 7x^2$
$x^4 - 6x^3 = 7x^2$
$x^4 - 6x^3 - 7x^2 = 0$
$x^2(x^2 - 6x - 7) = 0$
$x^2(x + 1)(x - 7) = 0$
$x^2 = 0 \vee x + 1 = 0 \vee x - 7 = 0$
$x = 0 \vee x = -1 \vee x = 7$

d $(x^2 - 9)(x^2 - 16) = 0$
$x^2 - 9 = 0 \vee x^2 - 16 = 0$
$x^2 = 9 \vee x^2 = 16$
$x = 3 \vee x = -3 \vee x = 4 \vee x = -4$

e $x^3 - 6x + 4 = (x - 2)^2$
$x^3 - 6x + 4 = (x - 2)(x - 2)$
$x^3 - 6x + 4 = x^2 - 2x - 2x + 4$
$x^3 - 6x + 4 = x^2 - 4x + 4$
$x^3 - x^2 - 6x + 4 = -4x + 4$
$x^3 - x^2 - 2x + 4 = 4$
$x^3 - x^2 - 2x = 0$
$x(x^2 - x - 2) = 0$
$x(x + 1)(x - 2) = 0$
$x = 0 \vee x + 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
$x = 0 \vee x = -1 \vee x = 2$

f $2x^3 + 84x = 34x^2$
$2x^3 - 34x^2 + 84x = 0$
$2x(x^2 - 17x + 42) = 0$
$2x(x - 3)(x - 14) = 0$
$2x = 0 \vee x - 3 = 0 \vee x - 14 = 0$
$x = 0 \vee x = 3 \vee x = 14$

67 $2x^2 - 3 = 5$
$2x^2 = 8$
$x^2 = 4$
$x = 2 \vee x = -2$
Dus $A(-2, 5)$ en $B(2, 5)$.

68 **a** Je moet de vergelijking $\frac{1}{4}x^2 - 6 = 3$ oplossen.

b $\frac{1}{4}x^2 - 6 = 3$
$\frac{1}{4}x^2 = 9$
$x^2 = 36$
$x = 6 \vee x = -6$
Dus $D(-6, 3)$ en $E(6, 3)$.

Bladzijde 118

69 **a** $x^2 = -x + 2$
$x^2 + x = 2$
$x^2 + x - 2 = 0$
$(x - 1)(x + 2) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x + 2 = 0$
$x = 1 \vee x = -2$
De x-coördinaat van A is -2 en de x-coördinaat van B is 1.

b $x = -2$ geeft $y = (-2)^2 = 4$, dus de y-coördinaat van A is 4.
$x = 1$ geeft $y = 1^2 = 1$, dus de y-coördinaat van B is 1.

70 **a** Je moet de vergelijking $x^2 - 3 = x + 3$ oplossen.

b $x^2 - 3 = x + 3$
$x^2 - x - 3 = 3$
$x^2 - x - 6 = 0$
$(x + 2)(x - 3) = 0$
$x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = -2 \vee x = 3$

c $x = -2$ geeft $y = -2 + 3 = 1$, dus de y-coördinaat van A is 1.
$x = 3$ geeft $y = 3 + 3 = 6$, dus de y-coördinaat van B is 6.

71 **a** $-2x^2 + 5 = -13$
$-2x^2 = -18$
$x^2 = 9$
$x = 3 \vee x = -3$
Dus $A(-3, -13)$ en $B(3, -13)$.

b $-x^2 + 6 = 3x - 4$
$-x^2 - 3x + 6 = -4$
$-x^2 - 3x + 10 = 0$
$x^2 + 3x - 10 = 0$
$(x - 2)(x + 5) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 5 = 0$
$x = 2 \vee x = -5$
$x = -5$ geeft $y = 3 \cdot -5 - 4 = -15 - 4 = -19$, dus $C(-5, -19)$.
$x = 2$ geeft $y = 3 \cdot 2 - 4 = 6 - 4 = 2$, dus $D(2, 2)$.

72 **a** Bij de gegevens hoort de vergelijking $-0{,}0045x^2 + 100 = 80$.
$-0{,}0045x^2 + 100 = 80$
$-0{,}0045x^2 = -20$
$x^2 = 4444{,}4\ldots$
$x = \sqrt{4444{,}4\ldots} \vee x = -\sqrt{4444{,}4\ldots}$
$x = 66{,}66\ldots \vee x = -66{,}66\ldots$
De kabel is $66{,}66\ldots - -66{,}66\ldots \approx 133$ meter lang.
b De punten A en B bevinden zich op $h = 0$, dus hierbij hoort de vergelijking
$-0{,}0045x^2 + 100 = 0$. Oplossen geeft
$-0{,}0045x^2 = -100$
$x^2 = 22\,222{,}22\ldots$
$x = \sqrt{22\,222{,}22\ldots} \vee x = -\sqrt{22\,222{,}22\ldots}$
$x = 149{,}07\ldots \vee x = -149{,}07\ldots$
Dus $AB = 149{,}07\ldots - -149{,}07\ldots \approx 298$ meter.

73 Invullen van $x = 1$ in beide formules geeft $a \cdot 1 - 5 = 1^2 + 3$, dus $a - 5 = 4$ oftewel $a = 9$.
Dus de formules van de grafieken zijn $y = x^2 + 3$ en $y = 9x - 5$.
$x^2 + 3 = 9x - 5$
$x^2 - 9x + 3 = -5$
$x^2 - 9x + 8 = 0$
$(x - 1)(x - 8) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
$x = 1 \vee x = 8$
$x = 8$ geeft $y = 8^2 + 3 = 64 + 3 = 67$, dus $B(8, 67)$.

L11 **a** Je moet de vergelijking $x^2 - 2 = 2x + 1$ oplossen.
b $x^2 - 2 = 2x + 1$
$x^2 - 2x - 2 = 1$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x + 1)(x - 3) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = -1 \vee x = 3$
c $x = -1$ geeft $y = 2 \cdot -1 + 1 = -2 + 1 = -1$, dus de y-coördinaat van P is -1.
$x = 3$ geeft $y = 2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$, dus de y-coördinaat van Q is 7.

7.5 Vergelijkingen opstellen

Bladzijde 119

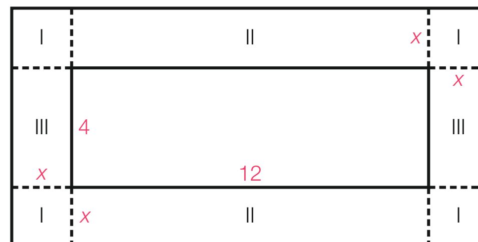
74 **a** opp. II $= 10 \cdot x = 10x$
opp. III $= x \cdot x = x^2$
b opp. tegelpad = opp. I + opp. II + opp. III $= 5x + 10x + x^2 = x^2 + 15x$
c $x^2 + 15x = 34$
$x^2 + 15x - 34 = 0$
$(x - 2)(x + 17) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 17 = 0$
$x = 2 \vee x = -17$

d De oplossing $x = -17$ past niet bij deze situatie, want de breedte van het tegelpad kan niet negatief zijn.

e Het tegelpad is 2 meter breed.

Bladzijde 120

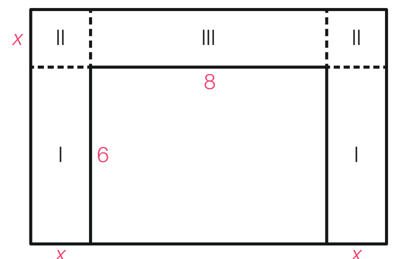
75 **a** Zie de figuur hiernaast.



opp. I = x^2
opp. II = $12x$
opp. III = $4x$
opp. border = 4 · opp. I + 2 · opp. II + 2 · opp. III
$= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 12x + 2 \cdot 4x$
$= 4x^2 + 24x + 8x = 4x^2 + 32x$

b Dit geeft de vergelijking $4x^2 + 32x = 80$
$4x^2 + 32x - 80 = 0$
$x^2 + 8x - 20 = 0$
$(x - 2)(x + 10) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 10 = 0$
$x = 2 \vee x = -10$
De breedte van de border is 2 meter.

76 Zie de figuur hiernaast.



opp. tegelpad = 2 · opp. I + 2 · opp. II + opp. III
$= 2 \cdot 6x + 2 \cdot x^2 + 8x$
$= 12x + 2x^2 + 8x$
$= 2x^2 + 20x$
De oppervlakte van het tegelpad wordt 48 m^2.
Dit geeft de vergelijking $2x^2 + 20x = 48$
$2x^2 + 20x - 48 = 0$
$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x - 2)(x + 12) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 12 = 0$
$x = 2 \vee x = -12$
De breedte van het tegelpad is 2 meter.

77 **a** opp. terras = lengte × breedte = $x(x + 2)$
Dus opp. terras = 24 m^2 geeft $x(x + 2) = 24$.

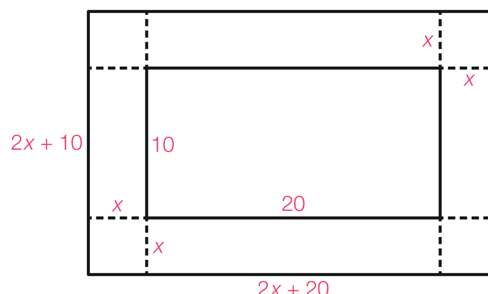
b $x(x + 2) = 24$
$x^2 + 2x = 24$
$x^2 + 2x - 24 = 0$
$(x - 4)(x + 6) = 0$
$x - 4 = 0 \vee x + 6 = 0$
$x = 4 \vee x = -6$
De breedte van het terras is 4 meter en de lengte is 4 + 2 = 6 meter.

78 Stel de breedte van het bassin is x, dan is de lengte $x + 5$.
opp. bassin = lengte × breedte = $x(x + 5)$ = 126 m^2
Dus oplossen $x(x + 5) = 126$
$x^2 + 5x = 126$
$x^2 + 5x - 126 = 0$
$(x - 9)(x + 14) = 0$
$x - 9 = 0 \vee x + 14 = 0$
$x = 9 \vee x = -14$
Het bassin is 9 meter breed en 9 + 5 = 14 meter lang.

79 Via Marius naar school is 10 + 4 = 14 km.
Stel de afstand van Thomas naar Marius x, dan is de afstand van Marius naar school $14 - x$.
De stelling van Pythagoras geeft
$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2$
$x^2 + (14 - x)(14 - x) = 100$
$x^2 + 196 - 14x - 14x + x^2 = 100$
$2x^2 + 196 - 28x = 100$
$2x^2 - 28x + 96 = 0$
$x^2 - 14x + 48 = 0$
$(x - 6)(x - 8) = 0$
$x - 6 = 0 \vee x - 8 = 0$
$x = 6 \vee x = 8$
Marius woont dichter bij Thomas dan bij school, dus Thomas woont 6 km van Marius.

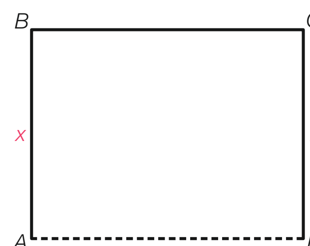
Bladzijde 121

80 Zie de figuur hiernaast.
Stel de breedte van de stroken grond x.
De lengte van het nieuwe stuk grond wordt dus $2x + 20$ en de breedte $2x + 10$.
Dit geeft de vergelijking $(2x + 20)(2x + 10) = 504$
$4x^2 + 20x + 40x + 200 = 504$
$4x^2 + 60x + 200 = 504$
$4x^2 + 60x - 304 = 0$
$x^2 + 15x - 76 = 0$
$(x - 4)(x + 19) = 0$
$x - 4 = 0 \vee x + 19 = 0$
$x = 4 \vee x = -19$
De stroken grond die de familie Van Dijk koopt, zijn 4 meter breed.

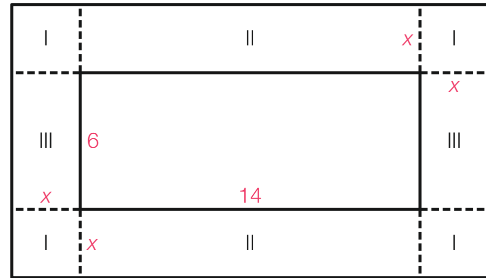


81 Stel het getal dat Boaz in gedachten neemt x.
Drie van het getal afhalen geeft $x - 3$, en deze uitkomst kwadrateren geeft $(x - 3)^2$.
Negen bij het oorspronkelijke getal optellen geeft $x + 9$, en deze som met twee vermenigvuldigen geeft $2(x + 9)$.
Hij krijgt hetzelfde, dus dit geeft de vergelijking $(x - 3)^2 = 2(x + 9)$
$(x - 3)(x - 3) = 2x + 18$
$x^2 - 3x - 3x + 9 = 2x + 18$
$x^2 - 6x + 9 = 2x + 18$
$x^2 - 8x + 9 = 18$
$x^2 - 8x - 9 = 0$
$(x + 1)(x - 9) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 9 = 0$
$x = -1 \vee x = 9$
Boaz kan het getal −1 of het getal 9 in gedachten hebben gehad.

82 Zie de figuur hiernaast.
$AB + BC + CD = 36$
$x + BC + x = 36$
$2x + BC = 36$
$BC = 36 - 2x$
Er geldt $x(36 - 2x) = 130$
$36x - 2x^2 = 130$
$-2x^2 + 36x - 130 = 0$
$x^2 - 18x + 65 = 0$
$(x - 5)(x - 13) = 0$
$x - 5 = 0 \vee x - 13 = 0$
$x = 5 \vee x = 13$
Er zijn twee mogelijkheden.
$AB = CD = 5$ meter en $BC = 36 - 2 \cdot 5 = 36 - 10 = 26$ meter, of
$AB = CD = 13$ meter en $BC = 36 - 2 \cdot 13 = 36 - 26 = 10$ meter.
Dus de afmetingen zijn 26 bij 5 meter of 13 bij 10 meter.



L12 **a** Zie de figuur hiernaast.



opp. I = x^2
opp. II = $14x$
opp. III = $6x$
opp. terras = 4 · opp. I + 2 · opp. II + 2 · opp. III
$= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 14x + 2 \cdot 6x$
$= 4x^2 + 28x + 12x$
$= 4x^2 + 40x$

b Dit geeft de vergelijking $4x^2 + 40x = 224$
$4x^2 + 40x - 224 = 0$
$x^2 + 10x - 56 = 0$
$(x - 4)(x + 14) = 0$
$x - 4 = 0 \vee x + 14 = 0$
$x = 4 \vee x = -14$
De breedte van het terras is 4 meter.

83 **a** Omdat je na het wegwerken van de haakjes bij $(7 + a)(7 - a) = 45$ een vergelijking krijgt die te herleiden is tot de vorm $x^2 = c$.
Als je bij $(8 + a)(6 - a) = 0$ de haakjes wegwerkt, krijg je na herleiden een vergelijking die dezelfde vorm heeft als de oorspronkelijke vergelijking.
Je komt daarmee dus niet verder.

b Noem de getallen $15 + a$ en $15 - a$.
Dit geeft $(15 + a)(15 - a) = 104$
$225 - a^2 = 104$
$121 - a^2 = 0$
$(11 + a)(11 - a) = 0$
$11 + a = 0 \vee 11 - a = 0$
$a = -11 \vee a = 11$
De gezochte getallen zijn dus 4 en 26.

Gemengde opgaven

Bladzijde 122

1
a $5x^2 - 6x = x(5x - 6)$
b $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5)$
c $25x^2 - 49y^2 = (5x + 7y)(5x - 7y)$
d $5ax - 25bx = 5x(a - 5b)$
e $12x^6 + 4x^2 = 4x^2(3x^4 + 1)$
f $8x + 12x^3 - 6x^2 = 2x(4 + 6x^2 - 3x)$
g $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)(x - 4)$
h $4x^4 - 225 = (2x^2 + 15)(2x^2 - 15)$
i $x^2 + 2x - 80 = (x - 8)(x + 10)$

2
a $x^2 - 11x - 80 = (x + 5)(x - 16)$
b $5x^2y + xy - 2xy^2 = xy(5x + 1 - 2y)$
c $x^2 - x - 110 = (x + 10)(x - 11)$
d $8x^3 + 4x^2y^2 - 12xy^3 = 4x(2x^2 + xy^2 - 3y^3)$
e $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)(x - 10)$
f $4x^2 - 24x + 20 = 4(x^2 - 6x + 5) = 4(x - 1)(x - 5)$
g $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) = x^2(x + 1)(x - 1)$
h $9x^6 - 6x^4 + 12x^3 = 3x^3(3x^3 - 2x + 4)$
i $x^3 - x^2 - 12x = x(x^2 - x - 12) = x(x + 3)(x - 4)$

3
a $x^2 = 81$
$x = 9 \vee x = -9$
b $x^2 + 81 = 0$
$x^2 = -81$
geen oplossing
c $x^2 + 81x = 0$
$x(x + 81) = 0$
$x = 0 \vee x + 81 = 0$
$x = 0 \vee x = -81$
d $x^2 + 81x + 80 = 0$
$(x + 1)(x + 80) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x + 80 = 0$
$x = -1 \vee x = -80$
e $x^2 - 80x - 81 = 0$
$(x + 1)(x - 81) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 81 = 0$
$x = -1 \vee x = 81$
f $x^2 - 18x + 81 = 0$
$(x - 9)(x - 9) = 0$
$x - 9 = 0$
$x = 9$
g $(x + 1)(x - 81) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 81 = 0$
$x = -1 \vee x = 81$
h $x(x + 81) = 0$
$x = 0 \vee x + 81 = 0$
$x = 0 \vee x = -81$
i $x^2 - 18x + 18 = 81$
$x^2 - 18x - 63 = 0$
$(x + 3)(x - 21) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 21 = 0$
$x = -3 \vee x = 21$

4 **a** $(2x-1)(6x+3)=0$
$2x-1=0 \vee 6x+3=0$
$2x=1 \vee 6x=-3$
$x=\frac{1}{2} \vee x=-\frac{1}{2}$

b $a(0{,}5a-12)=0$
$a=0 \vee 0{,}5a-12=0$
$a=0 \vee 0{,}5a=12$
$a=0 \vee a=24$

c $5a^2-20a=0$
$5a(a-4)=0$
$5a=0 \vee a-4=0$
$a=0 \vee a=4$

d $p^2+21=10p-4$
$p^2-10p+21=-4$
$p^2-10p+25=0$
$(p-5)(p-5)=0$
$p-5=0$
$p=5$

e $144-49q^2=0$
$(12+7q)(12-7q)=0$
$12+7q=0 \vee 12-7q=0$
$7q=-12 \vee -7q=-12$
$q=-1\frac{5}{7} \vee q=1\frac{5}{7}$

f $p^2+14p=32$
$p^2+14p-32=0$
$(p-2)(p+16)=0$
$p-2=0 \vee p+16=0$
$p=2 \vee p=-16$

g $x^2+40=3x+50$
$x^2-3x+40=50$
$x^2-3x-10=0$
$(x+2)(x-5)=0$
$x+2=0 \vee x-5=0$
$x=-2 \vee x=5$

h $a^2=3a+4$
$a^2-3a=4$
$a^2-3a-4=0$
$(a+1)(a-4)=0$
$a+1=0 \vee a-4=0$
$a=-1 \vee a=4$

i $3p^2-2=1$
$3p^2=3$
$p^2=1$
$p=1 \vee p=-1$

5 **a** $(x+3)(x-7)=11$
$x^2-7x+3x-21=11$
$x^2-4x-21=11$
$x^2-4x-32=0$
$(x+4)(x-8)=0$
$x+4=0 \vee x-8=0$
$x=-4 \vee x=8$

b $3x^2+15x=18$
$3x^2+15x-18=0$
$x^2+5x-6=0$
$(x-1)(x+6)=0$
$x-1=0 \vee x+6=0$
$x=1 \vee x=-6$

c $(x+6)^2+x^2=20$
$(x+6)(x+6)+x^2=20$
$x^2+6x+6x+36+x^2=20$
$2x^2+12x+36=20$
$2x^2+12x+16=0$
$x^2+6x+8=0$
$(x+2)(x+4)=0$
$x+2=0 \vee x+4=0$
$x=-2 \vee x=-4$

d $5x(2x-15)=30x$
$10x^2-75x=30x$
$10x^2-105x=0$
$5x(2x-21)=0$
$5x=0 \vee 2x-21=0$
$x=0 \vee 2x=21$
$x=0 \vee x=10\frac{1}{2}$

e $(3x-1)(x+3)=2x-3$
$3x^2+9x-x-3=2x-3$
$3x^2+8x-3=2x-3$
$3x^2+6x-3=-3$
$3x^2+6x=0$
$3x(x+2)=0$
$3x=0 \vee x+2=0$
$x=0 \vee x=-2$

f $9-\frac{1}{4}x^2=0$
$-\frac{1}{4}x^2=-9$
$x^2=36$
$x=6 \vee x=-6$

6 $x^2-4=2x-1$
$x^2-2x-4=-1$
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$x+1=0 \vee x-3=0$
$x=-1 \vee x=3$
$x=-1$ geeft $y=2\cdot -1-1=-3$, dus $A(-1,-3)$.
$x=3$ geeft $y=2\cdot 3-1=5$, dus $B(3,5)$.
Punt C heeft dus ook y-coördinaat 5.
$x^2-4=5$
$x^2=9$
$x=3 \vee x=-3$
Dus $C(-3,5)$.

7 **a** $x^3 + 4x^2 + 3x = 0$
$x(x^2 + 4x + 3) = 0$
$x(x + 1)(x + 3) = 0$
$x = 0 \vee x + 1 = 0 \vee x + 3 = 0$
$x = 0 \vee x = -1 \vee x = -3$

b $4x^3 = 16x$
$4x^3 - 16x = 0$
$4x(x^2 - 4) = 0$
$4x(x + 2)(x - 2) = 0$
$4x = 0 \vee x + 2 = 0 \vee x - 2 = 0$
$x = 0 \vee x = -2 \vee x = 2$

c $x^4 + 8x^2 = 6x^3$
$x^4 - 6x^3 + 8x^2 = 0$
$x^2(x^2 - 6x + 8) = 0$
$x^2(x - 2)(x - 4) = 0$
$x^2 = 0 \vee x - 2 = 0 \vee x - 4 = 0$
$x = 0 \vee x = 2 \vee x = 4$

d $2x^3 - 6x - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$
$2x^3 - 6x - 9 = 4x^2 - 9$
$2x^3 - 4x^2 - 6x - 9 = -9$
$2x^3 - 4x^2 - 6x = 0$
$2x(x^2 - 2x - 3) = 0$
$2x(x + 1)(x - 3) = 0$
$2x = 0 \vee x + 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x = 0 \vee x = -1 \vee x = 3$

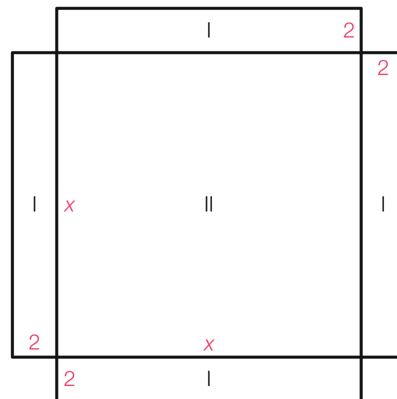
Bladzijde 123

8 **a** $x = 0$ geeft $h = 0{,}000\,25 \cdot 0^2 + 40 = 40$
Het wegdek ligt $40 - 2 = 38$ meter boven het water.

b Hierbij hoort de vergelijking $0{,}000\,25x^2 + 40 = 162{,}5$.
$0{,}000\,25x^2 + 40 = 162{,}5$
$0{,}000\,25x^2 = 122{,}5$
$x^2 = 490\,000$
$x = \sqrt{490\,000} \vee x = -\sqrt{490\,000}$
$x = 700 \vee x = -700$
De afstand tussen de pylonen is $700 - -700 = 1400$ meter.

c De hoogte van het geplande spandoek boven het wateroppervlak is $38 + 10 = 48$ meter, dus los op $0{,}000\,25x^2 + 40 = 48$
$0{,}000\,25x^2 = 8$
$x^2 = 32\,000$
$x = \sqrt{32\,000} \vee x = -\sqrt{32\,000}$
$x = 178{,}8\ldots \vee x = -178{,}8\ldots$
Het spandoek zou een breedte moeten hebben van $178{,}8\ldots - -178{,}8\ldots \approx 358$ meter.

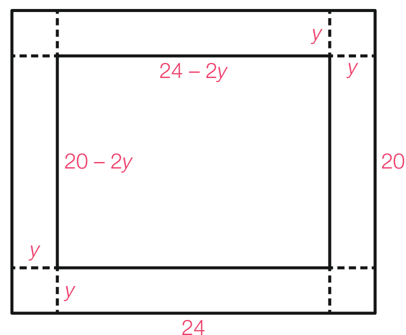
9 Zie de figuur hiernaast.
opp. karton = 4 · opp. I + opp. II
$= 4 \cdot 2x + x^2$
$= x^2 + 8x$
Dit geeft $x^2 + 8x = 180$
$x^2 + 8x - 180 = 0$
$(x - 10)(x + 18) = 0$
$x - 10 = 0 \vee x + 18 = 0$
$x = 10 \vee x = -18$
De lengte en de breedte van de doos zijn beide 10 cm.
De inhoud van de doos is $10 \cdot 10 \cdot 2 = 200$ cm^3.



10 opp. blauwe driehoeken $= 6 \cdot 10 - 36 = 60 - 36 = 24$ cm^2
Stel $AP = BQ = CR = DS = x$.
Dan is $BP = DR = 10 - x$ en $AS = CQ = 6 - x$.
opp. $\triangle BPQ$ + opp. $\triangle DRS = x \cdot (10 - x) = 10x - x^2$ cm^2
opp. $\triangle APS$ + opp. $\triangle CQR = x \cdot (6 - x) = 6x - x^2$ cm^2
Dus opp. blauwe driehoeken $= 10x - x^2 + 6x - x^2 = -2x^2 + 16x$ cm^2.
Dit geeft $-2x^2 + 16x = 24$
$-2x^2 + 16x - 24 = 0$
$x^2 - 8x + 12 = 0$
$(x - 2)(x - 6) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x - 6 = 0$
$x = 2 \vee x = 6$
Omdat $AD = BC = 6$ cm past $x = 6$ niet bij de situatie, dus $x = 2$.

In $\triangle APS$ is $\angle A = 90°$, dus $AP^2 + AS^2 = PS^2$
$2^2 + 4^2 = PS^2$
$PS^2 = 20$
$PS = \sqrt{20}$
In $\triangle PBQ$ is $\angle B = 90°$, dus $BP^2 + BQ^2 = PQ^2$
$8^2 + 2^2 = PQ^2$
$PQ^2 = 68$
$PQ = \sqrt{68}$
Dus de omtrek van $PQRS$ is $2 \cdot \sqrt{20} + 2 \cdot \sqrt{68} \approx 25{,}4$ cm.

11 Stel de breedte van de tuin x, dan is de lengte $x + 4$.
Dit geeft $x(x + 4) = 480$
$x^2 + 4x = 480$
$x^2 + 4x - 480 = 0$
$(x - 20)(x + 24) = 0$
$x - 20 = 0 \vee x + 24 = 0$
$x = 20 \vee x = -24$
Dus de breedte van de tuin is 20 meter en de lengte is 20 + 4 = 24 meter.
Stel de breedte van het tegelpad y, dan is de lengte van het grasveld $24 - 2y$ en de breedte $20 - 2y$. Zie de figuur hiernaast.
Dit geeft $(24 - 2y)(20 - 2y) = 252$
$480 - 48y - 40y + 4y^2 = 252$
$4y^2 - 88y + 480 = 252$
$4y^2 - 88y + 228 = 0$
$y^2 - 22y + 57 = 0$
$(y - 3)(y - 19) = 0$
$y - 3 = 0 \vee y - 19 = 0$
$y = 3 \vee y = 19$
Dus de breedte van het tegelpad is 3 meter.



Diagnostische toets

Bladzijde 126

1
a $4a - 10b = 2(2a - 5b)$
b $6x^2 + 9x = 3x(2x + 3)$
c $8pq + 2p = 2p(4q + 1)$
d $60ab - 12ac = 12a(5b - c)$
e $10x^2y - 15x = 5x(2xy - 3)$
f $5x^2 + 10x - 25x^3 = 5x(x + 2 - 5x^2)$

2
a $a^2 - 100 = (a + 10)(a - 10)$
b $81x^2 - 4 = (9x + 2)(9x - 2)$
c $144p^6 - 1 = (12p^3 + 1)(12p^3 - 1)$

3
a $3x^2 - 48 = 3(x^2 - 16) = 3(x + 4)(x - 4)$
b $a^4 - 81 = (a^2 + 9)(a^2 - 9) = (a^2 + 9)(a + 3)(a - 3)$
c $p^3 - p = p(p^2 - 1) = p(p + 1)(p - 1)$

4
a $x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$
b $x^2 + 10x - 24 = (x - 2)(x + 12)$
c $8x^2 - 6x = 2x(4x - 3)$
d $x^2 - 4x - 32 = (x + 4)(x - 8)$
e $x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$
f $x^2 + x - 56 = (x - 7)(x + 8)$

5
a $x^3 + 5x^2 - 24x = x(x^2 + 5x - 24) = x(x - 3)(x + 8)$
b $3x^3 - 30x^2 + 75x = 3x(x^2 - 10x + 25) = 3x(x - 5)(x - 5)$
c $12x^4 + 120x^3 + 108x^2 = 12x^2(x^2 + 10x + 9) = 12x^2(x + 1)(x + 9)$

6
a Stel het viervoud is a, dus $a = 4k$.
Stel het oneven getal is b, dus $b = 2n + 1$.
Dan is $a \cdot b = 4k \cdot (2n + 1) = 2(2k \cdot (2n + 1) = 2(4kn + 2k)$.
$4kn + 2k$ is een natuurlijk getal p, dus $a \cdot b$ is van de vorm $2p$.
Dus het product van een viervoud en een oneven getal is even.
b Stel het oneven getal is a, dus $a = 2k + 1$.
Dan is $a^2 = (2k + 1)^2 = (2k + 1)(2k + 1) = 4k^2 + 2k + 2k + 1 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
$2k^2 + 2k$ is een natuurlijk getal p, dus a^2 is van de vorm $2p + 1$.
Dus het kwadraat van een oneven getal is oneven.

7 **a** $(x-7)(2x+8)=0$
$x-7=0 \vee 2x+8=0$
$x=7 \vee 2x=-8$
$x=7 \vee x=-4$

b $-5x(2x+3)=0$
$-5x=0 \vee 2x+3=0$
$x=0 \vee 2x=-3$
$x=0 \vee x=-1\frac{1}{2}$

c $(3x+12)(x-8)=0$
$3x+12=0 \vee x-8=0$
$3x=-12 \vee x=8$
$x=-4 \vee x=8$

8 **a** $x^2+9x+14=0$
$(x+2)(x+7)=0$
$x+2=0 \vee x+7=0$
$x=-2 \vee x=-7$

b $x^2-6x=0$
$x(x-6)=0$
$x=0 \vee x-6=0$
$x=0 \vee x=6$

c $x^2-5x-14=0$
$(x+2)(x-7)=0$
$x+2=0 \vee x-7=0$
$x=-2 \vee x=7$

d $5x^2-20x=0$
$5x(x-4)=0$
$5x=0 \vee x-4=0$
$x=0 \vee x=4$

e $3x^2+x=0$
$x(3x+1)=0$
$x=0 \vee 3x+1=0$
$x=0 \vee 3x=-1$
$x=0 \vee x=-\frac{1}{3}$

f $x^2-x-30=0$
$(x+5)(x-6)=0$
$x+5=0 \vee x-6=0$
$x=-5 \vee x=6$

9 **a** $x^2-7x=8$
$x^2-7x-8=0$
$(x+1)(x-8)=0$
$x+1=0 \vee x-8=0$
$x=-1 \vee x=8$

b $x^2=7x$
$x^2-7x=0$
$x(x-7)=0$
$x=0 \vee x-7=0$
$x=0 \vee x=7$

c $2x^2-6x+4=0$
$x^2-3x+2=0$
$(x-1)(x-2)=0$
$x-1=0 \vee x-2=0$
$x=1 \vee x=2$

d $x^2=4x+5$
$x^2-4x=5$
$x^2-4x-5=0$
$(x+1)(x-5)=0$
$x+1=0 \vee x-5=0$
$x=-1 \vee x=5$

e $x^2-x=2x$
$x^2-3x=0$
$x(x-3)=0$
$x=0 \vee x-3=0$
$x=0 \vee x=3$

f $5x^2+40=30x$
$5x^2-30x+40=0$
$x^2-6x+8=0$
$(x-2)(x-4)=0$
$x-2=0 \vee x-4=0$
$x=2 \vee x=4$

g $(3x-1)(x+5)=0$
$3x-1=0 \vee x+5=0$
$3x=1 \vee x=-5$
$x=\frac{1}{3} \vee x=-5$

h $x^2+7x=2x$
$x^2+5x=0$
$x(x+5)=0$
$x=0 \vee x+5=0$
$x=0 \vee x=-5$

i $-x^2=6x+9$
$-x^2-6x=9$
$-x^2-6x-9=0$
$x^2+6x+9=0$
$(x+3)(x+3)=0$
$x+3=0$
$x=-3$

10 **a** $x(x-2)=8$
$x^2-2x=8$
$x^2-2x-8=0$
$(x+2)(x-4)=0$
$x+2=0 \vee x-4=0$
$x=-2 \vee x=4$

b $(x-1)(x+4)=36$
$x^2+4x-x-4=36$
$x^2+3x-4=36$
$x^2+3x-40=0$
$(x-5)(x+8)=0$
$x-5=0 \vee x+8=0$
$x=5 \vee x=-8$

c $(x-5)^2=16x$
$(x-5)(x-5)=16x$
$x^2-5x-5x+25=16x$
$x^2-10x+25=16x$
$x^2-26x+25=0$
$(x-1)(x-25)=0$
$x-1=0 \vee x-25=0$
$x=1 \vee x=25$

d $(x+1)(x+4)=x$
$x^2+4x+x+4=x$
$x^2+5x+4=x$
$x^2+4x+4=0$
$(x+2)(x+2)=0$
$x+2=0$
$x=-2$

e $5x(x-8)=20x$
$5x^2-40x=20x$
$5x^2-60x=0$
$5x(x-12)=0$
$5x=0 \vee x-12=0$
$x=0 \vee x=12$

f $(x+3)^2+5x^2=21$
$(x+3)(x+3)+5x^2=21$
$x^2+3x+3x+9+5x^2=21$
$6x^2+6x+9=21$
$6x^2+6x-12=0$
$x^2+x-2=0$
$(x-1)(x+2)=0$
$x-1=0 \vee x+2=0$
$x=1 \vee x=-2$

Bladzijde 127

11 **a** $x^2-11=0$
$x^2=11$
$x=\sqrt{11} \vee x=-\sqrt{11}$
$x\approx 3{,}32 \vee x\approx -3{,}32$

b $3x^2=1200$
$x^2=400$
$x=20 \vee x=-20$

c $4x^2+0{,}08=0$
$4x^2=-0{,}08$
$x^2=-0{,}02$
geen oplossing

d $5x^2+12=17$
$5x^2=5$
$x^2=1$
$x=1 \vee x=-1$

e $0{,}25x^2-1=16$
$0{,}25x^2=17$
$x^2=68$
$x=\sqrt{68} \vee x=-\sqrt{68}$
$x\approx 8{,}25 \vee x\approx -8{,}25$

f $25-x^2=16$
$-x^2=-9$
$x^2=9$
$x=3 \vee x=-3$

12 **a** $t = 0$ geeft $h = -4 \cdot 0^2 + 1000 = 1000$, dus ze springt op 1000 meter hoogte uit het vliegtuig.
b $t = 5$ geeft $h = -4 \cdot 5^2 + 1000 = 900$, dus na vijf seconden bevindt ze zich op een hoogte van 900 meter.
c Uit de gegevens volgt $-4t^2 + 1000 = 800$
$-4t^2 = -200$
$t^2 = 50$
$t = \sqrt{50} = 7{,}07\ldots$
De vrije val duurde ongeveer 7 seconden.

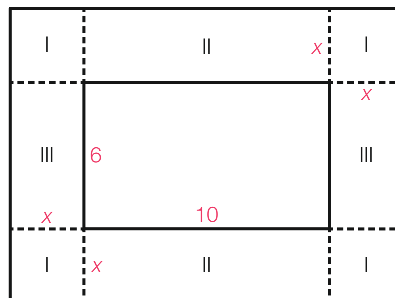
13 **a** $x^3 - 8x^2 - 20x = 0$
$x(x^2 - 8x - 20) = 0$
$x(x + 2)(x - 10) = 0$
$x = 0 \vee x + 2 = 0 \vee x - 10 = 0$
$x = 0 \vee x = -2 \vee x = 10$

b $2x^3 = 32x$
$2x^3 - 32x = 0$
$2x(x^2 - 16) = 0$
$2x(x + 4)(x - 4) = 0$
$2x = 0 \vee x + 4 = 0 \vee x - 4 = 0$
$x = 0 \vee x = -4 \vee x = 4$

c $5x^4 = 10x^3 + 15x^2$
$5x^4 - 10x^3 - 15x^2 = 0$
$5x^2(x^2 - 2x - 3) = 0$
$5x^2(x + 1)(x - 3) = 0$
$5x^2 = 0 \vee x + 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
$x^2 = 0 \vee x = -1 \vee x = 3$
$x = 0 \vee x = -1 \vee x = 3$

14 $x^2 - 5 = x - 3$
$x^2 - x - 5 = -3$
$x^2 - x - 2 = 0$
$(x + 1)(x - 2) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
$x = -1 \vee x = 2$
$x = -1$ geeft $y = -1 - 3 = -4$, dus $P(-1, -4)$.
$x = 2$ geeft $y = 2 - 3 = -1$, dus $Q(2, -1)$.

15 Zie de figuur hiernaast.



opp. I $= x^2$
opp. II $= 10x$
opp. III $= 6x$
opp. gras $= 4 \cdot$ opp. I $+ 2 \cdot$ opp. II $+ 2 \cdot$ opp. III
$= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 10x + 2 \cdot 6x$
$= 4x^2 + 20x + 12x$
$= 4x^2 + 32x$
Dit geeft de vergelijking $4x^2 + 32x = 132$
$4x^2 + 32x - 132 = 0$
$x^2 + 8x - 33 = 0$
$(x - 3)(x + 11) = 0$
$x - 3 = 0 \vee x + 11 = 0$
$x = 3 \vee x = -11$
De breedte van de grasstrook is 3 meter.

Herhaling

Bladzijde 128

1 **a** $9x + 15 = 3(3x + 5)$
b $6x + xy = x(6 + y)$
c $8abc + 3ac = ac(8b + 3)$
d $x^2 - 7x = x(x - 7)$
e $3x^2 + 12x = 3x(x + 4)$
f $15a + 6a^2 = 3a(5 + 2a)$

2 **a** $a^2 - 49 = (a + 7)(a - 7)$
b $4a^2 - 9 = (2a + 3)(2a - 3)$
c $16x^2 - 25 = (4x + 5)(4x - 5)$
d $x^4 - 121 = (x^2 + 11)(x^2 - 11)$
e $4x^6 - 169 = (2x^3 + 13)(2x^3 - 13)$
f $36 - 49p^{10} = (6 + 7p^5)(6 - 7p^5)$

3 **a** $5a^2 - 125 = 5(a^2 - 25) = 5(a + 5)(a - 5)$
b $p^4 - 16 = (p^2 + 4)(p^2 - 4) = (p^2 + 4)(p + 2)(p - 2)$
c $2x^3 - 50x = 2x(x^2 - 25) = 2x(x + 5)(x - 5)$

4 **a** De getallen zijn beide positief omdat zowel het product als de som positief is.

b

product 18		som
1	18	19
2	9	11
3	6	9

c $x^2 + 9x + 18 = (x + 3)(x + 6)$
d $x^2 + 11x + 18 = (x + 2)(x + 9)$

5 **a** De getallen zijn beide negatief omdat het product positief is en de som negatief.

b

product 20		som
−1	−20	−21
−2	−10	−12
−4	−5	−9

c $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$
d $x^2 - 21x + 20 = (x - 1)(x - 20)$

Bladzijde 129

6 **a**

product −12		som
1	−12	−11
−1	12	11
2	−6	−4
−2	6	4
3	−4	−1
−3	4	1

b $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$
c $x^2 + 4x - 12 = (x - 2)(x + 6)$

7 **a** $x^2 + 10x + 16 = (x + 2)(x + 8)$
b $x^2 - 15x - 16 = (x + 1)(x - 16)$
c $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)(x - 4)$
d $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$
e $x^2 - 12x + 20 = (x - 2)(x - 10)$
f $x^2 - 8x = x(x - 8)$
g $x^2 + 7x - 44 = (x - 4)(x + 11)$
h $3x^2 + 18x = 3x(x + 6)$

8 **a** $x^3 - 10x^2 + 21x = x(x^2 - 10x + 21) = x(x - 3)(x - 7)$
b $3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x + 1)(x + 1)$
c $2x^3 - 10x^2 - 12x = 2x(x^2 - 5x - 6) = 2x(x + 1)(x - 6)$

9 **a** Stel het even getal is a, dus $a = 2n$.
Stel het oneven getal is b, dus $b = 2k + 1$.
Dan is $a \cdot b = 2n \cdot (2k + 1) = 2(2kn + n)$.
$2kn + n$ is een natuurlijk getal p, dus $a \cdot b$ is van de vorm $2p$.
Dus het product van een even en een oneven getal is even.
b Stel het even getal is a, dus $a = 2n$.
Dan is $a^2 = (2n)^2 = 4n^2$.
n^2 is een natuurlijk getal p, dus a^2 is van de vorm $4p$.
Dus het kwadraat van een even getal is een viervoud.

10 **a** $(x-1)(3x-9)=0$
$x-1=0 \vee 3x-9=0$
$x=1 \vee 3x=9$
$x=1 \vee x=3$
b $3x(x-8)=0$
$3x=0 \vee x-8=0$
$x=0 \vee x=8$
c $-5x(4x-7)=0$
$-5x=0 \vee 4x-7=0$
$x=0 \vee 4x=7$
$x=0 \vee x=1\frac{3}{4}$
d $(2x-5)(6x+3)=0$
$2x-5=0 \vee 6x+3=0$
$2x=5 \vee 6x=-3$
$x=2\frac{1}{2} \vee x=-\frac{1}{2}$

Bladzijde 130

11 **a** $x^2-4x+3=0$
$(x-1)(x-3)=0$
$x-1=0 \vee x-3=0$
$x=1 \vee x=3$
b $x^2-4x-5=0$
$(x+1)(x-5)=0$
$x+1=0 \vee x-5=0$
$x=-1 \vee x=5$
c $x^2-4x=0$
$x(x-4)=0$
$x=0 \vee x-4=0$
$x=0 \vee x=4$
d $4x^2-8x=0$
$4x(x-2)=0$
$4x=0 \vee x-2=0$
$x=0 \vee x=2$
e $x^2-4x-60=0$
$(x+6)(x-10)=0$
$x+6=0 \vee x-10=0$
$x=-6 \vee x=10$
f $x^2+4x-12=0$
$(x-2)(x+6)=0$
$x-2=0 \vee x+6=0$
$x=2 \vee x=-6$

12 **a** $x^2-7x=8$
$-8 \quad -8$
$x^2-7x-8=0$
$(x+1)(x-8)=0$
$x+1=0 \vee x-8=0$
$x=-1 \vee x=8$
b $x^2-7x=8x$
$-8x \quad -8x$
$x^2-15x=0$
$x(x-15)=0$
$x=0 \vee x-15=0$
$x=0 \vee x=15$
c $x^2=7x+18$
$-7x-7x$
$x^2-7x=18$
$-18 \quad -18$
$x^2-7x-18=0$
$(x+2)(x-9)=0$
$x+2=0 \vee x-9=0$
$x=-2 \vee x=9$
d $x^2=7x$
$-7x-7x$
$x^2-7x=0$
$x(x-7)=0$
$x=0 \vee x-7=0$
$x=0 \vee x=7$
e $x^2-7x=20+x$
$-x \quad -x$
$x^2-8x=20$
$-20 \quad -20$
$x^2-8x-20=0$
$(x+2)(x-10)=0$
$x+2=0 \vee x-10=0$
$x=-2 \vee x=10$
f $x^2+7x+4=22$
$-22 \quad -22$
$x^2+7x-18=0$
$(x-2)(x+9)=0$
$x-2=0 \vee x+9=0$
$x=2 \vee x=-9$

13 **a** $3x^2-9x-12=0$
$x^2-3x-4=0$
$(x+1)(x-4)=0$
$x+1=0 \vee x-4=0$
$x=-1 \vee x=4$
b $6x^2+6x=12$
$6x^2+6x-12=0$
$x^2+x-2=0$
$(x-1)(x+2)=0$
$x-1=0 \vee x+2=0$
$x=1 \vee x=-2$
c $-x^2=10x+25$
$-x^2-10x=25$
$-x^2-10x-25=0$
$x^2+10x+25=0$
$(x+5)(x+5)=0$
$x+5=0$
$x=-5$

14 **a** $x(x+8)=33$
$x^2+8x=33$
$x^2+8x-33=0$
$(x-3)(x+11)=0$
$x-3=0 \vee x+11=0$
$x=3 \vee x=-11$

b $x(x-8)=10x$
$x^2-8x=10x$
$x^2-18x=0$
$x(x-18)=0$
$x=0 \vee x-18=0$
$x=0 \vee x=18$

c $(x-4)(x+4)=15x$
$x^2-16=15x$
$x^2-15x-16=0$
$(x+1)(x-16)=0$
$x+1=0 \vee x-16=0$
$x=-1 \vee x=16$

d $(x+3)(x-5)=2x-3$
$x^2-5x+3x-15=2x-3$
$x^2-2x-15=2x-3$
$x^2-4x-15=-3$
$x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0$
$x+2=0 \vee x-6=0$
$x=-2 \vee x=6$

e $2x(x-6)=14$
$2x^2-12x=14$
$2x^2-12x-14=0$
$x^2-6x-7=0$
$(x+1)(x-7)=0$
$x+1=0 \vee x-7=0$
$x=-1 \vee x=7$

f $(x+3)^2=12x$
$(x+3)(x+3)=12x$
$x^2+3x+3x+9=12x$
$x^2+6x+9=12x$
$x^2-6x+9=0$
$(x-3)(x-3)=0$
$x-3=0$
$x=3$

Bladzijde 131

15 **a** $5x^2+4=84$
$-4 \quad -4$
$5x^2=80$
$:5 \quad :5$
$x^2=16$
$x=4 \vee x=-4$

b $-3x^2+20=8$
$-20 \quad -20$
$-3x^2=-12$
$:-3 \quad :-3$
$x^2=4$
$x=2 \vee x=-2$

c $7-x^2=6$
$-7 \quad -7$
$-x^2=-1$
$:-1 \quad :-1$
$x^2=1$
$x=1 \vee x=-1$

d $0{,}5x^2-2=17$
$+2 \quad +2$
$0{,}5x^2=19$
$\times 2 \quad \times 2$
$x^2=38$
$x=\sqrt{38} \vee x=-\sqrt{38}$
$x \approx 6{,}16 \vee x \approx -6{,}16$

e $80+2x^2=280$
$-80 \quad -80$
$2x^2=200$
$:2 \quad :2$
$x^2=100$
$x=10 \vee x=-10$

f $2x^2+8=4$
$-8 \quad -8$
$2x^2=-4$
$:2 \quad :2$
$x^2=-2$
geen oplossing

16 **a** $v=320$ geeft $r=0{,}042 \cdot 320^2=4300{,}8$
De bijbehorende remweg is 4300,8 meter.

b $r=2625$ geeft $0{,}042v^2=2625$
$v^2=62\,500$
$v=\sqrt{62\,500}=250$
De bijbehorende snelheid is 250 km per uur.

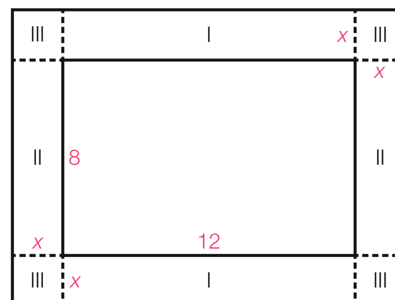
17 **a** $x^3-4x^2-12x=0$
$x(x^2-4x-12)=0$
$x(x+2)(x-6)=0$
$x=0 \vee x+2=0 \vee x-6=0$
$x=0 \vee x=-2 \vee x=6$

b $x^3=4x$
$x^3-4x=0$
$x(x^2-4)=0$
$x(x+2)(x-2)=0$
$x=0 \vee x+2=0 \vee x-2=0$
$x=0 \vee x=-2 \vee x=2$

c $3x^4-9x^3=12x^2$
$3x^4-9x^3-12x^2=0$
$3x^2(x^2-3x-4)=0$
$3x^2(x+1)(x-4)=0$
$3x^2=0 \vee x+1=0 \vee x-4=0$
$x^2=0 \vee x=-1 \vee x=4$
$x=0 \vee x=-1 \vee x=4$

18 **a** $x^2 - 2 = -2x - 2$
$x^2 + 2x - 2 = -2$
$x^2 + 2x = 0$
$x(x + 2) = 0$
$x = 0 \vee x + 2 = 0$
$x = 0 \vee x = -2$
De x-coördinaat van A is -2 en de x-coördinaat van B is 0.
b $x = -2$ geeft $y = -2 \cdot -2 - 2 = 4 - 2 = 2$, dus de y-coördinaat van A is 2.
$x = 0$ geeft $y = -2 \cdot 0 - 2 = 0 - 2 = -2$, dus de y-coördinaat van B is -2.

19 **a** Zie de figuur hiernaast.
opp. II = $8x$
opp. III = x^2



b opp. tegelpad = 2 · opp I + 2 · opp II + 4 · opp III
$= 2 \cdot 12x + 2 \cdot 8x + 4 \cdot x^2$
$= 24x + 16x + 4x^2$
$= 4x^2 + 40x$
c $4x^2 + 40x = 96$
$4x^2 + 40x - 96 = 0$
$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x - 2)(x + 12) = 0$
$x - 2 = 0 \vee x + 12 = 0$
$x = 2 \vee x = -12$
d De oplossing $x = -12$ past niet bij de situatie, want de breedte van het tegelpad kan niet negatief zijn.
e De breedte van het tegelpad is 2 meter.

Onderzoek Som en product van oplossingen

Bladzijde 132

1

vergelijking	a	b	c	oplossingen	S	P
$x^2 - 8x + 15 = 0$	1	-8	15	$x = 3$ en $x = 5$	8	15
$2x^2 - 50 = 0$	2	0	-50	$x = 5$ en $x = -5$	0	-25
$4x^2 + 16x = 0$	4	16	0	$x = 0$ en $x = -4$	-4	0
$x^2 + 5x + 6 = 0$	1	5	6	$x = -2$ en $x = -3$	-5	6
$4x^2 - x = 0$	4	-1	0	$x = 0$ en $x = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0
$\frac{1}{5}x^2 - 20 = 0$	$\frac{1}{5}$	0	-20	$x = 10$ en $x = -10$	0	-100

2 **a** *
b Voor het product van oplossingen geldt de formule $P = \frac{c}{a}$.

3 **a** $S = -\frac{4}{2} = -2$
Voor de tweede oplossing x_2 geldt dus $1 + x_2 = -2$, dus $x_2 = -3$.
b $P = \frac{-6}{2} = -3$
Voor de tweede oplossing x_2 geldt dus $1 \cdot x_2 = -3$, dus $x_2 = -3$.

Bladzijde 133

4 **a** $S = -\frac{-3}{2} = 1\frac{1}{2}$
Dit geeft $1 + x_2 = 1\frac{1}{2}$, dus $x_2 = \frac{1}{2}$.

b $P = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$
Dit geeft $1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$, dus $x_2 = \frac{1}{3}$.

c $S = -\frac{-10}{8} = 1\frac{1}{4}$
Dit geeft $1 + x_2 = 1\frac{1}{4}$, dus $x_2 = \frac{1}{4}$.

5 $\left.\begin{array}{l} S = 2 + -7 = -5 \\ S = -\frac{10}{a} \end{array}\right\} -\frac{10}{a} = -5$, dus $a = 2$

$\left.\begin{array}{l} P = 2 \cdot -7 = -14 \\ P = \frac{c}{a} = \frac{c}{2} \end{array}\right\} \frac{c}{2} = -14$, dus $c = -28$

6 **a** Van de getallen 2 en $\frac{1}{2}$ is de som $2\frac{1}{2}$ en het product 1.

b De oplossingen zijn $x = 2$ en $x = \frac{1}{2}$.

c $2x^2 - x - 6 = 0$ geeft $S = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$ en $P = \frac{-6}{2} = -3$.
Van de getallen 2 en $-1\frac{1}{2}$ is de som $\frac{1}{2}$ en het product -3.
De oplossingen van de vergelijking $2x^2 - x - 6 = 0$ zijn dus $x = 2$ en $x = -1\frac{1}{2}$.

7 $S = -\frac{-9}{k} = \frac{9}{k}$ en $P = \frac{4\frac{1}{2}k}{k} = 4\frac{1}{2}$
$S = P$ geeft $\frac{9}{k} = 4\frac{1}{2}$ oftewel $\frac{9}{k} = \frac{9}{2}$, dus $k = 2$ en de vergelijking is $2x^2 - 9x + 9 = 0$.
Van de getallen 3 en $1\frac{1}{2}$ is de som en het product $4\frac{1}{2}$.
De oplossingen van de vergelijking $2x^2 - 9x + 9 = 0$ zijn dus $x = 3$ en $x = 1\frac{1}{2}$.

8 **a**

nummer	vergelijking	oplossingen	S	P
I	$(x-1)(2x+1) = 0$	$x = 1$ en $x = -\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
II	$(2x-1)(3x+1) = 0$	$x = \frac{1}{2}$ en $x = -\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$
III	$(3x-1)(4x+1) = 0$	$x = \frac{1}{3}$ en $x = -\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$

b P is steeds het tegengestelde van S.

c Vergelijking IV geeft $x = \frac{1}{4}$ en $x = -\frac{1}{5}$, dus $S = \frac{1}{20}$ en $P = -\frac{1}{20}$.
Vergelijking V geeft $x = \frac{1}{5}$ en $x = -\frac{1}{6}$, dus $S = \frac{1}{30}$ en $P = -\frac{1}{30}$.

9 **a** $(mx - 1)(nx + 1) = 0$ geeft $x = \frac{1}{m} \vee x = -\frac{1}{n}$
Dit geeft $S = \frac{1}{m} - \frac{1}{n} = \frac{n}{mn} - \frac{m}{mn} = \frac{n - m}{mn}$.

b $P = \frac{1}{m} \cdot -\frac{1}{n} = -\frac{1}{mn}$

c In de vergelijkingen van opgave 8 is n steeds 1 groter dan m, dus er geldt $n = m + 1$.
n vervangen door $m + 1$ in de uitdrukkingen voor S en P geeft
$S = \frac{n - m}{mn} = \frac{m + 1 - m}{m(m + 1)} = \frac{1}{m(m + 1)}$
$P = -\frac{1}{mn} = -\frac{1}{m(m + 1)}$
Ook nu zijn S en P elkaars tegengestelde, de tellers van S en P zijn 1, en de noemers zijn het product van m en een getal dat 1 groter is dan m.
Hiermee is de bijzonderheid van opgave 8 bewezen.

8 Inhoud en vergroten

Voorkennis Oppervlaktes

Bladzijde 136

1 opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 57 \cdot 24 = 684$ mm^2

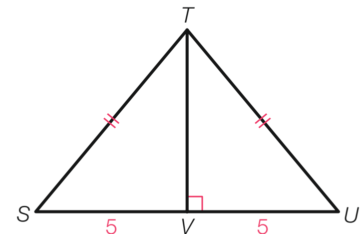
opp. $\triangle DEF = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 15 = 270$ mm^2

opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 33 \cdot 20 = 330$ mm^2

opp. $QRST = \frac{1}{2}(15 + 28) \cdot 14 = 301$ mm^2

2 **a** opp. $\triangle PQR = 48$
opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot RS$ $\Big\}$ $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot RS = 48$
$6 \cdot RS = 48$
$RS = 8$ cm

b Zie de schets hiernaast.
opp. $\triangle STU = 60$
opp. $\triangle STU = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot TV$ $\Big\}$ $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot TV = 60$
$5 \cdot TV = 60$
$TV = 12$
In $\triangle STV$ is $\angle V = 90°$, dus $SV^2 + TV^2 = ST^2$
$5^2 + 12^2 = ST^2$
$ST^2 = 169$
$ST = \sqrt{169} = 13$
De omtrek van $\triangle STU$ is $2 \cdot 13 + 10 = 36$ cm.



Bladzijde 137

3 opp. $ABCDE$ = opp. $AFDE$ − opp. $\triangle BCF$
$= 3{,}2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}4$
$= 5{,}63$ cm^2

opp. $PQRS$ = opp. $PQTU$ − opp. $\triangle QRT$ − opp. $\triangle RSU$
$= 3 \cdot 2{,}2 - \frac{1}{2} \cdot 2{,}2 \cdot 1{,}2 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}2$
$= 4{,}2$ cm^2

4
a 1,2 m^3 = 1200 dm^3
b 7000 mm^3 = 7 cm^3
c 18 cm^3 = 18 ml
d 4,5 l = 4,5 dm^3
e 0,7 l = 7 dl
f 4210 cm^3 = 4,21 dm^3

5
a 7,3 m^3 = 7300 dm^3 = 7300 l
b 6800 cm^3 = 6,8 dm^3 = 6,8 l
c 50 000 mm^3 = 50 cm^3 = 50 ml
d 5,2 dm^3 = 5,2 l = 52 dl
e 0,2 dm^3 = 0,2 l = 20 cl
f 350 cm^3 = 350 ml = 35 cl

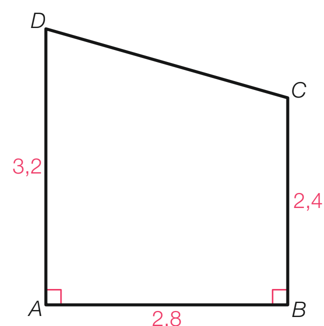
8.1 Inhoud prisma en cilinder

Bladzijde 138

1
a inhoud balk = $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ cm^3
b inhoud prisma = $60 : 2 = 30$ cm^3
c opp. $\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$ cm^2
d opp. grondvlak = 6 cm^2 en hoogte = 5 cm geeft opp. grondvlak × hoogte = $6 \cdot 5 = 30$ cm^3
en dat is de inhoud van het prisma.
Dus voor het prisma geldt de formule inhoud = opp. grondvlak × hoogte.

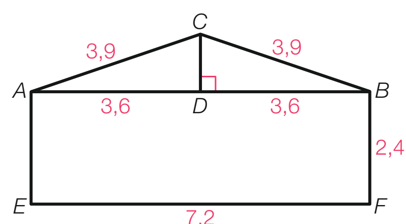
Bladzijde 140

2 Zie de schets van het grondvlak hiernaast.
opp. grondvlak = opp. $ABCD = \frac{1}{2}(3{,}2 + 2{,}4) \cdot 2{,}8 = 7{,}84$ m^2
hoogte prisma = 1,5 m
inhoud = $7{,}84 \cdot 1{,}5 = 11{,}76$ m^3
Dus de inhoud van de groentekas is 11,76 m^3.



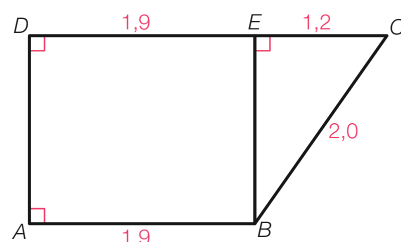
3 **a** Zie de schets hiernaast.
In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$
$3{,}6^2 + CD^2 = 3{,}9^2$
$CD^2 = 3{,}9^2 - 3{,}6^2 = 2{,}25$
$CD = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$
De schuur is 2,4 + 1,5 = 3,9 meter hoog.

b opp. grondvlak = opp. $AEFB$ + opp. $\triangle ABC$
$= 7{,}2 \cdot 2{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 7{,}2 \cdot 1{,}5 = 22{,}68$ m^2
hoogte prisma = 8 m
inhoud = $22{,}68 \cdot 8 = 181{,}44$ m^3
Dus de inhoud van de schuur is 181,44 m^3.



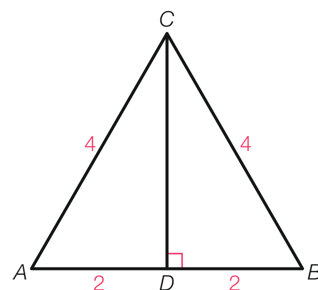
4 **a** Zie de schets van het grondvlak hiernaast.
In $\triangle BCE$ is $\angle E = 90°$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$
$BE^2 + 1{,}2^2 = 2{,}0^2$
$BE^2 = 2{,}0^2 - 1{,}2^2 = 2{,}56$
$BE = \sqrt{2{,}56} = 1{,}6$
opp. grondvlak $= \frac{1}{2}(3{,}1 + 1{,}9) \cdot 1{,}6 = 4$ m^2
hoogte prisma = 1,2 m
inhoud = $4 \cdot 1{,}2 = 4{,}8$ m^3
Dus er zit 4800 liter water in de jacuzzi als deze tot de rand gevuld is.

b opp. binnenkant = opp. bodem + opp. zijkanten
$= 4 + (1{,}9 + 2 + 3{,}1 + 1{,}6) \cdot 1{,}2 = 14{,}32$ m^2
Het gaat om 14,32 m^2.



5 **a** Zie de schets van het grondvlak hiernaast.
In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$
$2^2 + CD^2 = 4^2$
$CD^2 = 4^2 - 2^2 = 12$
$CD = \sqrt{12} = 3{,}46\ldots$
opp. $\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3{,}46\ldots = 6{,}92\ldots$ cm^2
opp. verpakking $= 2 \cdot 6{,}92\ldots + 3 \cdot 21 \cdot 4 \approx 266$ cm^2

b hoogte prisma = 21 cm
inhoud $= 6{,}92\ldots \cdot 21 \approx 145$ cm^3
Dus de inhoud van de verpakking is 145 cm^3.

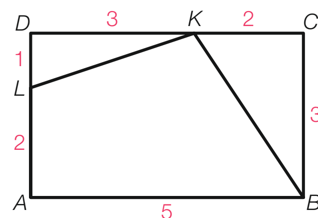


Bladzijde 141

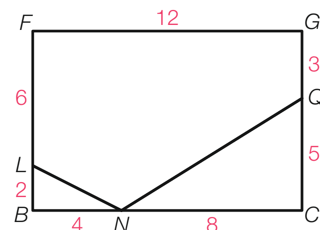
6 **a** Zie de schets hiernaast.
opp. $ABKL$ = opp. $ABCD$ − opp. $\triangle BCK$ − opp. $\triangle DKL$
$= 5 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 10\frac{1}{2}$ cm^2

b hoogte prisma = 4 cm

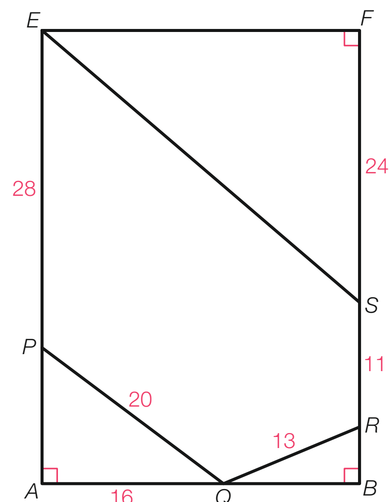
c inhoud $= 10\frac{1}{2} \cdot 4 = 42$ cm^3



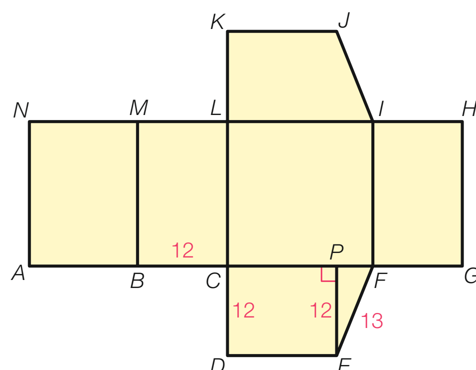
7 Zie de schets hiernaast.
opp. grondvlak = opp. $FLNQG$ = opp. $BCGF$ − opp. $\triangle BNL$ − opp. $\triangle NCQ$
$= 8 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 = 72$ cm^2
hoogte prisma = 6 cm
inhoud = $72 \cdot 6 = 432$ cm^3



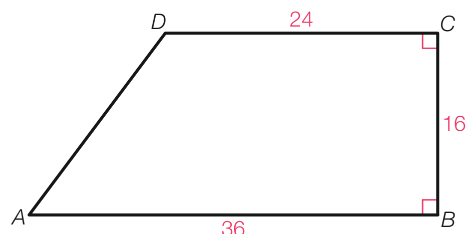
8 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle APQ$ is $\angle A = 90°$, dus $AP^2 + AQ^2 = PQ^2$
$AP^2 + 16^2 = 20^2$
$AP^2 = 20^2 - 16^2 = 144$
$AP = \sqrt{144} = 12$
$AE = 12 + 28 = 40$
$BR = 40 - 24 - 11 = 5$
In $\triangle BQR$ is $\angle B = 90°$, dus $BQ^2 + BR^2 = QR^2$
$BQ^2 + 5^2 = 13^2$
$BQ^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
$BQ = \sqrt{144} = 12$
$AB = 16 + 12 = 28$
opp. grondvlak = opp. $PQRSE$
= opp. $ABFE$ − opp. $\triangle APQ$ − opp. $\triangle BQR$ − opp. $\triangle EFS$
$= 28 \cdot 40 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 24 = 658$ cm^2
hoogte prisma = 25 cm
inhoud = $658 \cdot 25 = 16\,450$ cm^3



9 Zie de schets hiernaast.
Van het prisma is $CDEF$ het grondvlak en GH de hoogte.
In $\triangle EFP$ is $\angle P = 90°$, dus $EP^2 + FP^2 = EF^2$
$12^2 + FP^2 = 13^2$
$FP^2 = 13^2 - 12^2 = 25$
$FP = \sqrt{25} = 5$
$DE = CP = 20 - 5 = 15$
opp. $CDEF = \frac{1}{2}(20 + 15) \cdot 12 = 210$ mm^2
inhoud = 4,2 cm^3 = 4200 mm^3
$210 \cdot GH = 4200$ geeft $GH = 20$
opp. $BCLM = 12 \cdot 20 = 240$ mm^2
opp. $CFIL = 20 \cdot 20 = 400$ mm^2
$AB = DE = 15$, dus opp. $ABMN = 15 \cdot 20 = 300$ mm^2.
$FG = EF = 13$, dus opp. $FGHI = 13 \cdot 20 = 260$ mm^2.
opp. prisma = $2 \cdot 210 + 240 + 400 + 300 + 260 = 1620$ mm^2
Dus de oppervlakte van het doosje is 1620 mm^2.



L1 **a** De hoogte van het prisma is 10 cm.
b Zie de schets van het grondvlak hiernaast.
opp. grondvlak = opp. $ABCD = \frac{1}{2}(36 + 24) \cdot 16 = 480$ cm^2
c inhoud = $480 \cdot 10 = 4800$ cm^3
Dus de inhoud van de caravan is 4800 cm^3.



Bladzijde 142

10 straal = 10 : 2 = 5 cm
inhoud = $\pi \cdot 5^2 \cdot 10{,}3 = 808{,}9\ldots$ cm^3 = 808,9… ml
Er kan dus 800 ml in het blik.

Bladzijde 143

11 **a** straal grote cilinder = 28 : 2 = 14 cm = 1,4 dm
straal kleine cilinder = 26 : 2 = 13 cm = 1,3 dm
hoogte cilinders = 1 m = 10 dm
inhoud schoorsteen = inhoud grote cilinder − inhoud kleine cilinder
$= \pi \cdot 1{,}4^2 \cdot 10 - \pi \cdot 1{,}3^2 \cdot 10 \approx 8{,}5$ dm^3
Dus de schoorsteen bestaat uit 8,5 dm^3 metaal.
b straal = 14 + 5 = 19 cm = 1,9 dm
hoogte afdekplaat = dikte schoorsteen = 1,4 − 1,3 = 0,1 dm
inhoud afdekplaat = $\pi \cdot 1{,}9^2 \cdot 0{,}1 \approx 1{,}1$ dm^3
Dus de afdekplaat bestaat uit 1,1 dm^3 metaal.

12 **a** straal = 7,5 : 2 = 3,75 cm
inhoud = $\pi \cdot 3{,}75^2 \cdot 15 \approx 663$ cm^3
Dus de inhoud van een blik is 663 cm^3.
b De doos is $5 \cdot 7{,}5 = 37{,}5$ cm lang, $2 \cdot 7{,}5 = 15$ cm breed en $2 \cdot 15 = 30$ cm hoog.
Dus de inhoud van de doos is $37{,}5 \cdot 15 \cdot 30 = 16\,875$ cm^3.
De inhoud van 20 blikken is $20 \cdot 662{,}6\ldots = 13\,253{,}5\ldots$ cm^3.
Dus er is $16\,875 - 13\,253{,}5\ldots \approx 3621$ cm^3 niet gevuld.

13 130 m^3 per uur is $24 \cdot 130 = 3120$ m^3 per dag.
straal = 11,5 : 2 = 5,75 m
hoogte = 50 km = 50 000 m
inhoud = $\pi \cdot 5{,}75^2 \cdot 50\,000 = 5\,193\,445{,}3\ldots$ m^3
Het graven van de tunnel heeft $5\,193\,445{,}3\ldots : 3120 \approx 1660$ dagen geduurd.

Bladzijde 144

14 3 dagen is $3 \cdot 24 \cdot 60 = 4320$ minuten.
straal aquarium plus lift = 11 : 2 = 5,5 m
straal lift = 3,5 : 2 = 1,75 m
De inhoud van het aquarium was $\pi \cdot 5{,}5^2 \cdot 16 - \pi \cdot 1{,}75^2 \cdot 16 = 1366{,}59\ldots$ m^3.
Het aquarium werd met $\frac{1366{,}59\ldots}{4320} = 0{,}3163\ldots$ m^3 ≈ 316 liter water per minuut gevuld.

15 2000 liter = 2 m^3
70% van 2 m^3 is $0{,}7 \cdot 2 = 1{,}4$ m^3.
straal = 1,2 : 2 = 0,6 m
hoeveelheid water = $\pi \cdot 0{,}6^2 \cdot$ hoogte $= 0{,}36\pi \cdot$ hoogte
Er moet gelden $0{,}36\pi \cdot$ hoogte $= 1{,}4$.
Dit geeft hoogte $= \frac{1{,}4}{0{,}36\pi} \approx 1{,}24$ m.
Dus het water staat 124 cm hoog.

L2 **a** De straal van het grondvlak is 6 : 2 = 3 cm.
b inhoud = $\pi \cdot 3^2 \cdot 22 \approx 622{,}0$ cm^3
Dus de inhoud van de kaars is 622,0 cm^3.

8.2 Inhoud piramide en kegel

Bladzijde 145

16 **a**, **b**, **c**
*
d inhoud kubus = $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ cm^3
inhoud piramide = 27 : 3 = 9 cm^3

Bladzijde 146

17 **a** opp. grondvlak = $3 \cdot 3 = 9$ cm^2
hoogte = 9 cm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 = 27$ cm^3

b 20 l = 20 000 cm^3
$\frac{20\,000}{27} = 740{,}7\ldots$, dus je kunt 740 van deze kaarsen maken.

18 **a** <u>linker kaars</u>
opp. grondvlak = $5 \cdot 5 = 25$ cm^2
hoogte = 6 cm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 6 = 50$ cm^3

<u>middelste kaars</u>
opp. grondvlak = $4 \cdot 4 = 16$ cm^2
hoogte = 9 cm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 9 = 48$ cm^3

<u>rechter kaars</u>
opp. grondvlak = $3 \cdot 3 = 9$ cm^2
hoogte = 15 cm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 15 = 45$ cm^3

b De totale inhoud van de kaarsen is $45 + 48 + 50 = 143$ cm^3.
De totale brandtijd is $\frac{143}{13} = 11$ uur.
Dus de laatste kaars is om 23:00 uur opgebrand.

Bladzijde 147

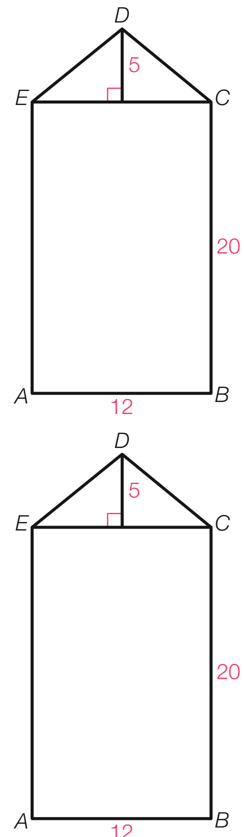
19 **a** De kerk is opgebouwd uit een balk, een piramide en een prisma.
hoogte balk = $20 + 5 + 4 = 29$ m
inhoud balk = $12 \cdot 12 \cdot 29 = 4176$ m^3

opp. grondvlak piramide = $12 \cdot 12 = 144$ m^2
hoogte piramide = $35 - 29 = 6$ m
inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 6 = 288$ m^3

Zie de schets van de grondvlak van het prisma hiernaast.
opp. grondvlak prisma = opp. $ABCE$ + opp. $\triangle CDE$
$= 12 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 270$ m^2
hoogte prisma = $30 - 12 = 18$ m
inhoud prisma = $270 \cdot 18 = 4860$ m^3

Dus de inhoud van de kerk is $4176 + 288 + 4860 = 9324$ m^3.

b Er geldt $\frac{1}{3} \cdot 144 \cdot \text{hoogte} = 400$
$48 \cdot \text{hoogte} = 400$
hoogte = 8,33…
Dus de kerktoren wordt $29 + 8{,}33\ldots \approx 37{,}3$ meter hoog.



20 De kerk is opgebouwd uit een balk, een piramide en een prisma.
hoogte balk = $20 + 5 + 4 = 29$ m
inhoud balk = $12 \cdot 12 \cdot 29 = 4176$ m^3

Zie de schets van de grondvlak van het prisma hiernaast.
opp. grondvlak prisma = opp. $ABCE$ + opp. $\triangle CDE$
$= 12 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 270$ m^2
hoogte prisma = $30 - 12 = 18$ m
inhoud prisma = $270 \cdot 18 = 4860$ m^3

Dus het piramidevormige dak mag maximaal een inhoud van
$9500 - 4176 - 4860 = 464$ m^3 hebben.
opp. grondvlak piramide $= 12 \cdot 12 = 144$ m^2

Er moet gelden $\frac{1}{3} \cdot 144 \cdot \text{hoogte} = 464$

$48 \cdot \text{hoogte} = 464$

$\text{hoogte} = \frac{464}{48} = 9{,}66\ldots$

$29 + 9{,}66\ldots = 38{,}66\ldots$, dus de maximale hoogte van de kerktoren mag 38,7 meter worden.

21 inhoud $= 76{,}8$ dm$^3 = 76\,800$ cm^3
opp. grondvlak $= 64 \cdot 48 = 3072$ cm^2

Er geldt $\frac{1}{3} \cdot 3072 \cdot \text{hoogte} = 76\,800$

$1024 \cdot \text{hoogte} = 76\,800$

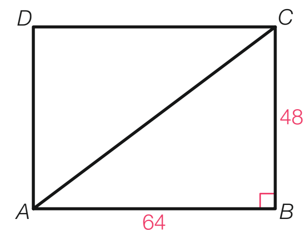
$\text{hoogte} = 75$

Zie de schets hiernaast.
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$64^2 + 48^2 = AC^2$

$AC^2 = 6400$

$AC = \sqrt{6400} = 80$



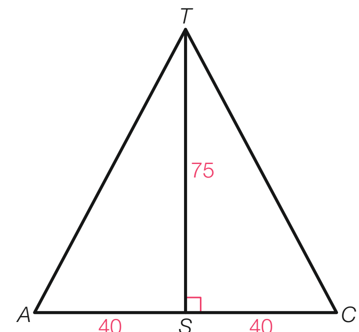
Zie de schets hiernaast.
In $\triangle AST$ is $\angle S = 90°$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$

$40^2 + 75^2 = AT^2$

$AT^2 = 7225$

$AT = \sqrt{7225} = 85$

Dus de lengte van een opstaande ribbe is 85 cm.



22 inhoud $= 1{,}06$ hm$^3 = 1\,060\,000$ m^3

Er geldt $\frac{1}{3} \cdot \text{opp. grondvlak} \cdot 98 = 1\,060\,000$

$32{,}66\ldots \cdot \text{opp. grondvlak} = 1\,060\,000$

$\text{opp. grondvlak} = \frac{1\,060\,000}{32{,}66\ldots} = 32\,448{,}9\ldots$ m^2

Dus $\frac{437}{32\,448{,}9\ldots} \cdot 100\% \approx 1{,}3\%$ van het grondvlak van de piramide wordt door het basketbalveld in beslag genomen.

23 inhoud $= 1{,}06$ hm$^3 = 1\,060\,000$ m^3

Er geldt $\frac{1}{3} \cdot \text{opp. grondvlak} \cdot 98 = 1\,060\,000$

$32{,}66\ldots \cdot \text{opp. grondvlak} = 1\,060\,000$

$\text{opp. grondvlak} = \frac{1\,060\,000}{32{,}66\ldots} = 32\,448{,}9\ldots$

Dus het grondvlak heeft zijden van $\sqrt{32\,448{,}9\ldots} = 180{,}1\ldots$ meter.
Zie de figuur hiernaast.
In $\triangle MST$ is $\angle S = 90°$, dus $MS^2 + ST^2 = MT^2$

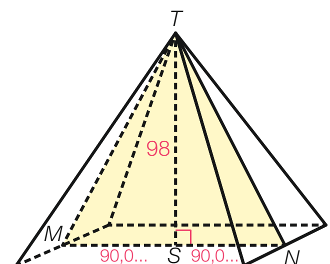
$90{,}0\ldots^2 + 98^2 = MT^2$

$MT^2 = 17\,716{,}2\ldots$

$MT = \sqrt{17\,716{,}2\ldots} = 133{,}1\ldots$

opp. driehoekige zijvlakken $= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 180{,}1\ldots \cdot 133{,}1\ldots = 47\,953{,}0\ldots$

Dus de totale oppervlakte van de roestvrijstalen platen is
$0{,}95 \cdot 47\,953{,}0\ldots \approx 45\,560$ m^2.



Bladzijde 148

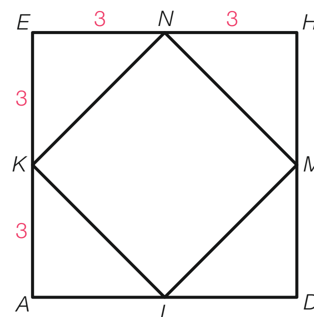
24 Zie de schets hiernaast.

opp. grondvlak = opp. $KLMN$ = opp. $ADHE - 4 \cdot$ opp. $\triangle ALK$

$= 6 \cdot 6 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 18$ cm^2

hoogte piramide = 6 cm

inhoud $= \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 6 = 36$ cm^3



25 De uitgebreide stelling van Pythagoras geeft $EC^2 = EA^2 + AB^2 + BC^2$

$18^2 = EA^2 + 12^2 + 12^2$

$324 = EA^2 + 288$

$EA^2 = 36$

$EA = \sqrt{36} = 6$

Zie de schets hiernaast.

$\angle A = 90°$, dus $AD^2 + AJ^2 = DJ^2$

$12^2 + AJ^2 = 13^2$

$AJ^2 = 13^2 - 12^2 = 25$

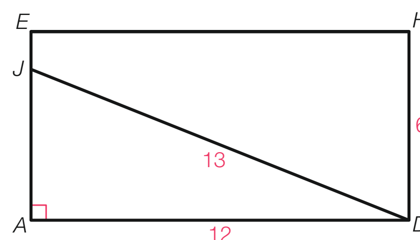
$AJ = \sqrt{25} = 5$

Dus $EJ = 6 - 5 = 1$.

opp. grondvlak = opp. $DHEJ = \frac{1}{2}(1 + 6) \cdot 12 = 42$ cm^2

hoogte piramide = 12 cm

inhoud $= \frac{1}{3} \cdot 42 \cdot 12 = 168$ cm^3



26 De stelling van Pythagoras geeft $x^2 + x^2 = 4^2$

$2x^2 = 16$

$x^2 = 8$

$x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8}$

x is een lengte, dus $x = \sqrt{8}$.

opp. achthoek = opp. vierkant + 4 · opp. rechthoek + 4 · opp. driehoek

$= 4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{8} + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{8}$

$= 16 + 16\sqrt{8} + 16$

$= 32 + 16\sqrt{8}$ mm^3

hoogte bovenste piramide = 6 mm en hoogte onderste piramide = 8 mm.

inhoud diamant = inhoud bovenste piramide + inhoud onderste piramide

$= \frac{1}{3} \cdot (32 + 16\sqrt{8}) \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot (32 + 16\sqrt{8}) \cdot 8 = 360{,}52\ldots$ mm^3

De diamant weegt 360,52… · 3,51 = 1265,43… mg.

Dus de diamant is 1265,43… : 200 ≈ 6,33 karaat.

L3 opp. grondvlak = 35,4 · 35,4 = 1253,16 m^2

hoogte = 21,7 m

inhoud $= \frac{1}{3} \cdot 1253{,}16 \cdot 21{,}7 \approx 9065$ m^3

Dus de inhoud van de piramide is 9065 m^3.

Bladzijde 149

27 straal = 6 : 2 = 3 cm

inhoud $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 10 \approx 94{,}2$ cm^3

Dus er kan 94,2 cm^3 jus d'orange in het glas.

28 inhoud reservoir = inhoud hele kegel − inhoud kegel onder de grond

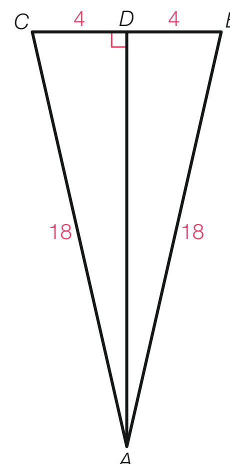
$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 23^2 \cdot 40 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8{,}7^2 \cdot 15 \approx 20\,970$ m^3

Dus het reservoir kan 20 970 m^3 water bevatten.

Bladzijde 150

29 **a** Het potlood bestaat uit een cilinder en een kegel.
straal = 1,5 : 2 = 0,75 cm
inhoud potlood = inhoud cilinder + inhoud kegel
$= \pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 2 \approx 18{,}85 \text{ cm}^3$
Dus de inhoud van het potlood is 18,85 cm^3.
b Het hout weegt (18,849… − 2,3) · 0,9 = 14,89… gram.
De stift weegt 2,3 · 1,2 = 2,76 gram.
Het potlood weegt 14,89… + 2,76 ≈ 17,7 gram.

30 Zie de schets hiernaast.
In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90°$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$
$AD^2 + 4^2 = 18^2$
$CD^2 = 18^2 - 4^2 = 308$
$CD = \sqrt{308} = 17{,}54\ldots$
Dus de hoogte van het hoorntje is 17,54… cm = 1,754… dm.
straal = 8 : 2 = 4 cm = 0,4 dm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}4^2 \cdot 1{,}754\ldots = 0{,}294\ldots \text{ dm}^3 = 0{,}294\ldots$ l
In het hoorntje zit 0,294… · 650 ≈ 191 gram ijs.



31 straal = 10 : 2 = 5 cm = 0,5 dm
hoogte = 25 : 2 = 12,5 cm = 1,25 dm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 1{,}25 = 0{,}3272\ldots \text{ dm}^3$
In de onderste kegel zit 0,3272… dm^3 zand.
Dus in de onderste kegel zit 0,3272… · 1,5 = 0,4908… kg zand.
0,4908… kg = 490,8… gram en 5 minuten = 300 seconden.
Er stroomt 490,8… : 300 ≈ 1,64 gram zand per seconde door de opening.

32 **a** Noem de straal van de cilinder r_c en de straal van de kegel r_k.
Noem de hoogte van de cilinder h, dan is de hoogte van de kegel $3h$.
Er geldt inhoud cilinder = inhoud kegel
$\pi \cdot r_c^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_k^2 \cdot 3h$
$r_c^2 = r_k^2$
$r_c = r_k$
Dus de diameter van het grondvlak van de cilinder is hetzelfde als de diameter van het grondvlak van de kegel.
b Noem de hoogte van de cilinder h_c en de hoogte van de kegel h_k.
Noem de straal van de cilinder r, dan is de straal van de kegel $3r$.
Er geldt inhoud cilinder = inhoud kegel
$\pi \cdot r^2 \cdot h_c = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3r)^2 \cdot h_k$
$\pi \cdot r^2 \cdot h_c = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9r^2 \cdot h_k$
$h_c = 3 \cdot h_k$
Dus de hoogte van de cilinder is drie keer zo groot als de hoogte van de kegel.

L4 straal = 3 : 2 = 1,5 cm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 4 \approx 9{,}4 \text{ cm}^3$
Dus de inhoud van het maatschepje is 9,4 cm^3.

8.3 Vergroten en verkleinen

Bladzijde 151

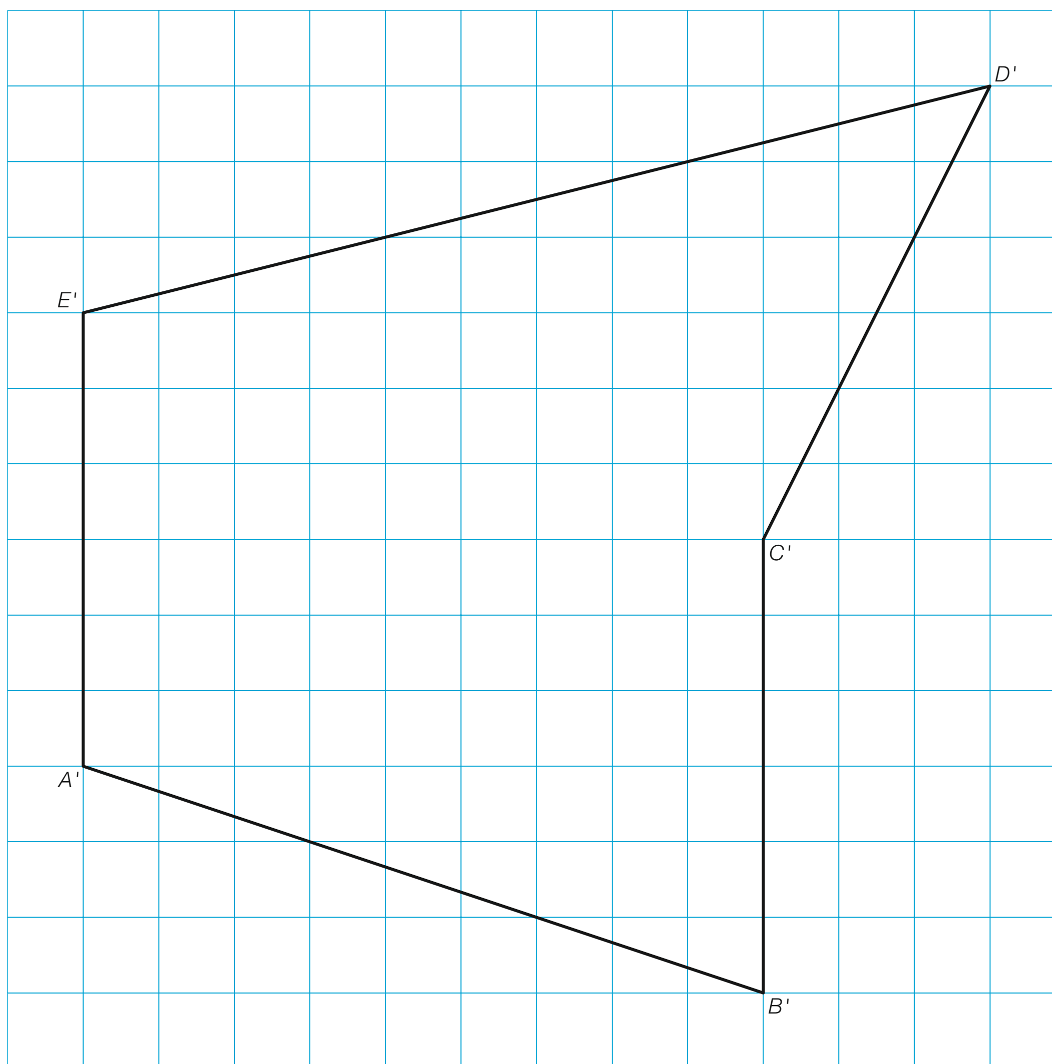
33 **a**

RB16B	model	werkelijkheid
lengte	22 cm	330 cm
breedte	13 cm	195 cm
hoogte	6 cm	90 cm

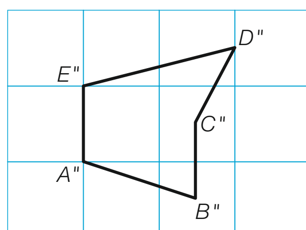
b Het model is gemaakt op schaal 1 : 15.

Bladzijde 152

34 **a**



b



35 **a** hoogte kaars I = 2 cm
hoogte kaars II = 3,4 cm

De hoogte van kaars II is $\frac{3,4}{2} = 1,7$ keer zo groot als die van kaars I.

breedte kaars I = 1 cm
breedte kaars II = 1,7 cm

De breedte van kaars II is $\frac{1,7}{1} = 1,7$ keer zo groot als die van kaars I.

b De vergrotingsfactor is 1,7.

c hoogte kaars III = 4 cm

De hoogte van kaars III is $\frac{4}{2} = 2$ keer zo groot als die van kaars I.

breedte kaars III = 2 cm

De breedte van kaars III is $\frac{2}{1} = 2$ keer zo groot als die van kaars I.

De vergrotingsfactor is 2.

Bladzijde 154

36 **a** Meten geeft breedte zadel I = 1,4 cm en breedte zadel II = 2,8 cm.

Dus $k = \frac{2,8}{1,4} = 2$.

b Dit is niet handig omdat de hoogte van de koplamp in beide afbeeldingen klein is, en daarom moeilijk meetbaar is met grote kans op meetfouten.

37 **a** Zie de figuur hiernaast.

Meten geeft AB = 1,4 cm en $A'B'$ = 3,3 cm.

Dus $k = \frac{3,3}{1,4} \approx 2,4$.

b hoogte I = 4,4 cm

hoogte II = 2,35… · 4,4 ≈ 10,4 cm



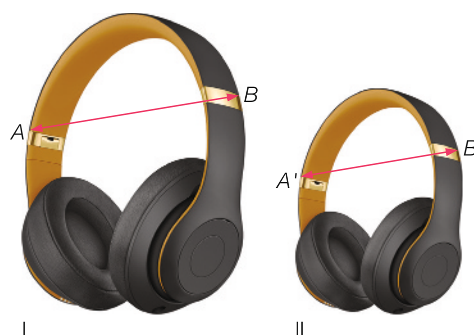
Bladzijde 155

38 **a** Bij deze situatie hoort een vergrotingsfactor kleiner dan 1.

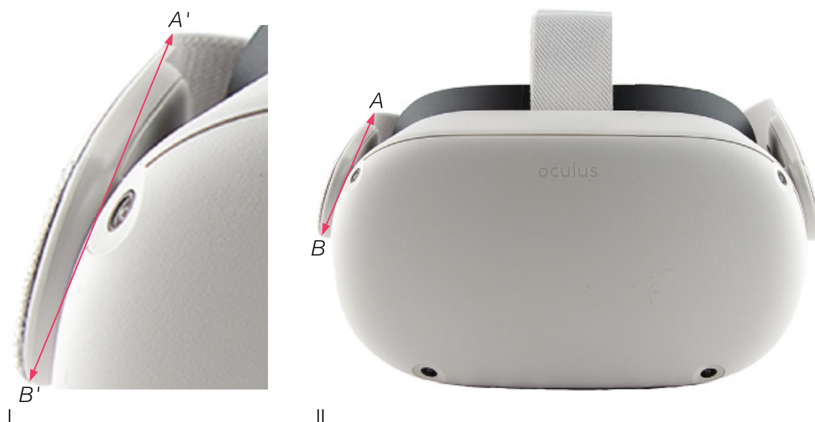
b Zie de figuur hiernaast.

Meten geeft AB = 2,9 cm en $A'B'$ = 2,2 cm.

Dus $k = \frac{2,2}{2,9} \approx 0,76$.



39



Zie de figuur hierboven.

Meten geeft AB = 1,8 cm en $A'B'$ = 5,0 cm.

Dus $k = \frac{5,0}{1,8} = 2,77…$

breedte II = 6,7 cm

breedte I = 2,77… · 6,7 ≈ 19 cm

40 **a** Meten geeft BC = 15 mm en $B'C'$ = 27 mm.

Dus $k = \frac{27}{15} = 1,8$.

Meten geeft AC = 7 mm.

Dus $A'C'$ = 1,8 · 7 = 12,6 mm.

b Meten geeft $AC = 7$ mm en $A''C'' = 20$ mm.

Dus $k = \frac{20}{7} = 2{,}85\ldots$

Meten geeft $BC = 15$ mm.

Dus $B''C'' = 2{,}85\ldots \cdot 15 \approx 43$ mm.

Bladzijde 156

41 $\frac{\text{breedte poster}}{\text{breedte foto}} = \frac{108}{18} = 6$ en $\frac{\text{hoogte poster}}{\text{hoogte foto}} = \frac{66}{12} = 5{,}5$

Dus de foto wordt vergroot met factor 5,5.
De hoogte van de poster wordt 66 cm en
de breedte van de poster wordt $5{,}5 \cdot 18 = 99$ cm.

42 Na afsnijden is er nog $100\% - 35\% = 65\%$ van de breedte van de foto over.
De breedte wordt dus $0{,}65 \cdot 12 = 7{,}8$ cm.
De breedte van de poster is 1300 cm.

$k = \frac{\text{breedte poster}}{\text{breedte foto}} = \frac{1300}{7{,}8} = 166{,}66\ldots$

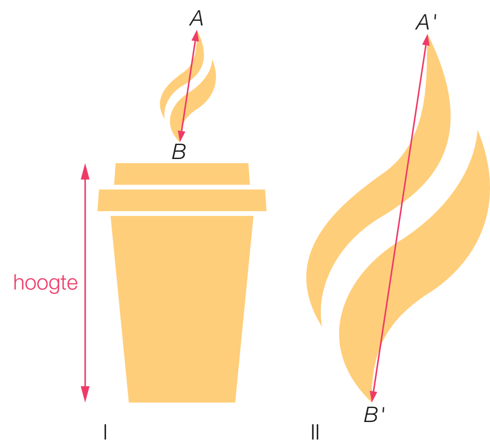
Dus de hoogte van de foto is $\frac{1400}{166{,}66\ldots} = 8{,}4$ cm.

L5 **a** Bij deze situatie hoort een vergrotingsfactor groter dan 1.

b Zie de figuur hiernaast.
Meten geeft $AB = 1{,}5$ cm en $A'B' = 4{,}9$ cm.

Dus $k = \frac{4{,}9}{1{,}5} \approx 3{,}3$.

c hoogte I = 3,1 cm
hoogte II = $3{,}26\ldots \cdot 3{,}1 \approx 10{,}1$ cm



8.4 Oppervlakte bij vergroten

Bladzijde 157

43 **a** Er passen $20 : 2{,}5 = 8$ thumbnails in de lengte en $16 : 2 = 8$ thumbnails in de breedte. Dus je kunt met $8 \cdot 8 = 64$ thumbnails het scherm van de tablet helemaal vullen.

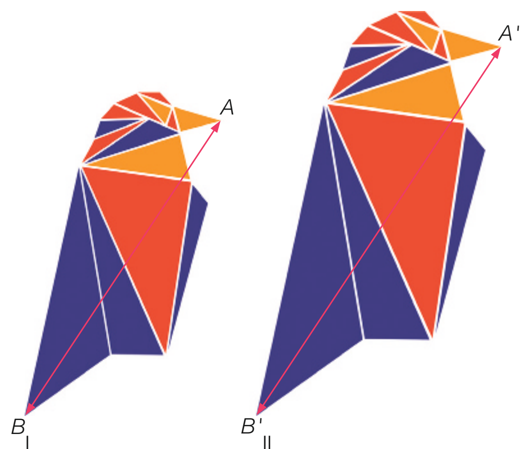
b De oppervlakte van de vergroting is 64 keer zo groot als die van de thumbnail.

Bladzijde 159

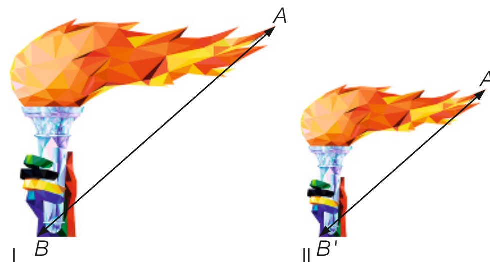
44 Zie de figuur hiernaast.
Meten geeft $AB = 4{,}7$ cm en $A'B' = 5{,}8$ cm.

Dus $k = \frac{5{,}8}{4{,}7} = 1{,}23\ldots$

opp. II = $1{,}23\ldots^2 \cdot 4{,}73 \approx 7{,}20$ cm^2



45 Zie de figuur hiernaast.
Meten geeft $AB = 4{,}2$ cm en $A'B' = 2{,}9$ cm.
Dus $k = \frac{2{,}9}{4{,}2} = 0{,}69\ldots$
opp. II $= 0{,}69\ldots^2 \cdot 10{,}2 \approx 4{,}9$ cm^2



46 $k = 5$, dus Rob kan dat jaar $5^2 \cdot 7 = 175$ kistjes aardbeien plukken.

47 **a** De plattegrond is op schaal 1 : 250, dus $k = 250$.
opp. vijver $= 250^2 \cdot 8 = 500\,000$ cm^2
Dus de oppervlakte van de vijver is in werkelijkheid 50 m^2.
b lengte plattegrond = 10,8 cm, dus lengte tuin = $250 \cdot 10{,}8 = 2700$ cm, oftewel 27 m.
breedte plattegrond = 4 cm, dus breedte tuin = $250 \cdot 4 = 1000$ cm, oftewel 10 m.
De tuin is 27 meter lang en 10 meter breed.

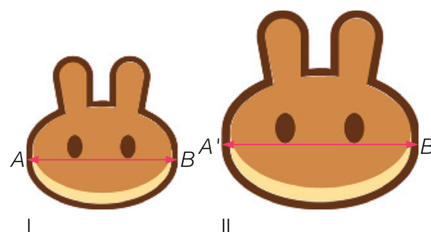
Bladzijde 160

48 Omdat de schijven even dik zijn, hangt het gewicht af van de oppervlakte van het grondvlak.
De acht schijven wegen samen
$$\left(1 + \left(\frac{2{,}2}{2}\right)^2 + \left(\frac{2{,}4}{2}\right)^2 + \left(\frac{2{,}6}{2}\right)^2 + \left(\frac{2{,}8}{2}\right)^2 + \left(\frac{3{,}0}{2}\right)^2 + \left(\frac{3{,}2}{2}\right)^2 + \left(\frac{3{,}4}{2}\right)^2\right) \cdot 15 = 225 \text{ gram.}$$

49 Noem de straal van de gele cirkel r.
Dan is de straal van de gele cirkel plus de oranje ring $2r$, en de straal van de hele figuur $3r$.
opp. gele cirkel $= \pi r^2$
opp. hele figuur $= \pi \cdot (3r)^2 = \pi \cdot 9r^2 = 9\pi r^2$
opp. rode ring $= 9\pi r^2 - \pi \cdot (2r)^2 = 9\pi r^2 - 4\pi r^2 = 5\pi r^2$
$$\frac{\text{opp. rode ring}}{\text{opp. gele cirkel}} = \frac{5\pi r^2}{\pi r^2} = 5$$
Dus de oppervlakte van de rode ring is vijf keer zo groot als de oppervlakte van de gele cirkel.

50 Het punt A is het midden van een zijde van de grote zeshoek, dus $k = 2$.
opp. grote zeshoek $= 2^2 \cdot$ opp. kleine zeshoek $= 4 \cdot$ opp. kleine zeshoek
opp. blauwe gebied = opp. grote zeshoek − opp. kleine zeshoek
$= 4 \cdot$ opp. kleine zeshoek − opp. kleine zeshoek
$= 3 \cdot$ opp. kleine zeshoek
$3 \cdot$ opp. kleine zeshoek = opp. blauwe gebied = 15 cm^2, dus
opp. kleine zeshoek = 15 : 3 = 5 cm^2.

L6 Zie de figuur hiernaast.
Meten geeft $AB = 2{,}0$ cm en $A'B' = 2{,}6$ cm.
Dus $k = \frac{2{,}6}{2{,}0} = 1{,}3$.
opp. II $= 1{,}3^2 \cdot 3{,}6 \approx 6{,}1$ cm^2



Bladzijde 161

51 **a** $\frac{\text{opp. grote rechthoek}}{\text{opp. kleine rechthoek}} = \frac{7{,}2}{0{,}8} = 9$
Dus de oppervlakte van de grote rechthoek is 9 keer zo groot als de oppervlakte van de kleine rechthoek.
b $k = 3$, want de oppervlakte van de grote rechthoek is $k^2 = 3^2 = 9$ keer zo groot.

52 **a** De oppervlakte is 8 keer zo groot, dus $k = \sqrt{8}$.
Lengte vergroting = $\sqrt{8} \cdot 15 \approx 42{,}4$ cm en breedte vergroting = $\sqrt{8} \cdot 10 \approx 28{,}3$ cm.

b $k = \frac{\text{lengte vergroting}}{\text{lengte foto}} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$
opp. foto = $15 \cdot 10 = 150$ cm^2
opp. vergroting = $\left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot 150 \approx 417$ cm^2

Bladzijde 162

53 **a** $k^2 = \frac{\text{opp. grote trampoline}}{\text{opp. kleine trampoline}} = \frac{18}{6} = 3$, dus $k = \sqrt{3}$.
b breedte grote trampoline = $\sqrt{3} \cdot 3 \approx 5{,}20$ meter

54 **a** opp. B = $20 \cdot 30 = 600$ cm^2
$k^2 = \frac{\text{opp. C}}{\text{opp. B}} = \frac{1350}{600} = 2{,}25$, dus $k = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$.
breedte C = $1{,}5 \cdot 20 = 30$ cm
lengte C = $1{,}5 \cdot 30 = 45$ cm
De afmetingen van lijst C zijn 30 bij 45 cm.
b $k^2 = \frac{\text{opp. A}}{\text{opp. B}} = \frac{150}{600} = 0{,}25$, dus $k = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$.
breedte A = $0{,}5 \cdot 20 = 10$ cm
lengte A = $0{,}5 \cdot 30 = 15$ cm
De afmetingen van lijst A zijn 10 bij 15 cm.

55 1000 cm^2 = 0,1 m^2
$k^2 = \frac{\text{vleugelopp. Boeing}}{\text{vleugelopp. model}} = \frac{160}{0{,}1} = 1600$, dus $k = \sqrt{1600} = 40$.
Lengte echte Boeing = $40 \cdot 90 = 3600$ cm = 36 m en
spanwijdte echte Boeing = $40 \cdot 85 = 3400$ cm = 34 m.

56 opp. grootzeil grote zeilboot = $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4{,}8 = 4{,}8$ m^2
$k^2 = \frac{\text{opp. grootzeil kleine zeilboot}}{\text{opp. grootzeil grote zeilboot}} = \frac{2{,}8}{4{,}8}$, dus $k = \sqrt{\frac{2{,}8}{4{,}8}} = 0{,}76\ldots$
lengte ene rechthoekszijde grootzeil kleine zeilboot = $0{,}76\ldots \cdot 2 \approx 1{,}53$ meter
lengte andere rechthoekszijde grootzeil kleine zeilboot = $0{,}76\ldots \cdot 4{,}8 \approx 3{,}67$ meter
Dus het grootzeil van de kleine zeilboot heeft rechthoekszijden van 1,53 bij 3,67 meter.

Bladzijde 163

57 **a** 3380 cm^2 = 0,338 m^2
$k^2 = \frac{\text{vleugelopp. schaalmodel}}{\text{vleugelopp. Airbus A380}} = \frac{0{,}338}{845} = 0{,}0004$, dus $k = \sqrt{0{,}0004} = 0{,}02$.
lengte schaalmodel = $0{,}02 \cdot 72{,}7 = 1{,}454$ meter
b De spanwijdte van het schaalmodel mag maximaal $0{,}6 \cdot 5 = 3$ meter zijn.
$k = \frac{\text{spanwijdte schaalmodel}}{\text{spanwijdte Airbus A380}} = \frac{3}{79{,}8} = 0{,}037\ldots$
opp. schaalmodel = $0{,}037\ldots^2 \cdot 845 \approx 1{,}19$ m^2
Dus de maximale vleugeloppervlakte van een schaalmodel dat aan de testeisen voldoet, is 1,19 m^2.

58 hoogte = 90 cm = 9 dm
inhoud A = $\frac{1}{3} \times$ opp. grondvlak $\times 9 = 3 \times$ opp. grondvlak en inhoud A = 48 l = 48 dm^3,
dus $3 \times$ opp. grondvlak = 48 en dit geeft opp. grondvlak = 16 m^2.
$k^2 = \frac{\text{opp. grondvlak B}}{\text{opp. grondvlak A}} = \frac{144}{16} = 9$, dus $k = \sqrt{9} = 3$.
hoogte B = $3 \cdot 9 = 27$ dm
inhoud B = $\frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 27 = 1296$ dm^3
Dus de inhoud van piramide B is 1296 liter.

59 Zie de schets hiernaast.

In △BCD is ∠$D = 90°$, dus $BD^2 + CD^2 = BC^2$

$45^2 + CD^2 = 90^2$

$CD^2 = 90^2 - 45^2 = 6075$

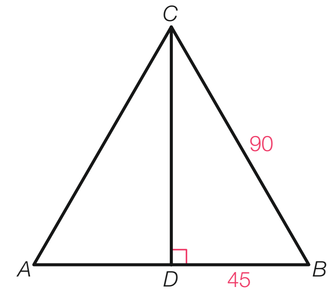
$CD = \sqrt{6075} = 77{,}94\ldots$

opp. I = opp. △$ABC = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 77{,}94\ldots = 3507{,}4\ldots$ cm^2

opp. II = 25 dm^2 = 2500 cm^2

$k^2 = \frac{\text{opp. II}}{\text{opp. I}} = \frac{2500}{3507{,}4\ldots} = 0{,}712\ldots$, dus $k = \sqrt{0{,}712\ldots} = 0{,}844\ldots$

De omtrek van verkeersbord II is $0{,}844\ldots \cdot 270 \approx 228$ cm.



L7 De oppervlakte is 5 keer zo groot, dus $k = \sqrt{5} \approx 2{,}2$.

8.5 Inhoud bij vergroten

Bladzijde 164

60
a Er passen 6 : 2 = 3 kubussen in de lengte en dus ook 3 in de breedte.
Dus er passen $3 \cdot 3 = 9$ kleine kubussen op de bodem van de grote kubus.
b Ze kan in de grote kubus 3 lagen kleine kubussen op elkaar stapelen.
c In de grote kubus passen 3 lagen van 9 kleine kubussen, dus $3 \cdot 9 = 27$ kleine kubussen.

Bladzijde 165

61
a inhoud II = $1{,}8^3 \cdot 45 = 262{,}44$ dm^3 = 262,44 l
b opp. bodem II = $1{,}8^2 \cdot 10 = 32{,}4$ dm^2
c hoogte II = $1{,}8 \cdot 4{,}5 = 8{,}1$ dm

Bladzijde 166

62 $k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{2{,}8}{5{,}5} = 0{,}50\ldots$

inhoud II = $0{,}50\ldots^3 \cdot 110 \approx 15$ ml

63
a inhoud II = $5^3 \cdot 75 = 9375$ ml
9375 ml = 9,375 l, dus dat is minder dan 10 liter.
b 80% van 9375 ml is $0{,}8 \cdot 9375 = 7500$ ml.
Hiermee kun je 7500 : 75 = 100 kleine flesjes vullen.

64
a Het gewicht hangt van van de inhoud.
Stift III is een vergroting van stift II met $k = \frac{\text{lengte III}}{\text{lengte II}} = \frac{15}{12} = 1{,}25$.
gewicht III = $1{,}25^3 \cdot 36 \approx 70$ gram
Dus er zit 70 gram lijm in stift III.
b Stift I is een verkleining van stift II met $k = \frac{\text{lengte I}}{\text{lengte II}} = \frac{9}{12} = 0{,}75$.
gewicht I = $0{,}75^3 \cdot 36 \approx 15$ gram
Dus er zit 15 gram lijm in stift I.
c opp. I = $0{,}75^2 \cdot 60 = 33{,}75$ cm^2

65
a Zie de figuur hiernaast.
Meten geeft $AB = 4{,}4$ cm en $A'B' = 5{,}7$ cm.
Dus $k = \frac{5{,}7}{4{,}4} \approx 1{,}3$.
b inhoud II = $1{,}29\ldots^3 \cdot 0{,}75 \approx 1{,}6$ l
c opp. etiket II = $1{,}29\ldots^2 \cdot 168 \approx 282$ cm^2



Bladzijde 167

66 De oppervlakte is 9 keer zo groot, dus $k = \sqrt{9} = 3$.
inhoud B = $3^3 \cdot 200 = 5400$ cm^3

67 Het model is origineel, de echte raceauto is beeld.
Schaal 1 : 24, dus $k = 24$.
- **a** breedte RB16B = $24 \cdot 8{,}3 = 199{,}2$ cm
  De echte raceauto is ongeveer 2 meter breed.
- **b** opp. voorvleugel RB16B = $24^2 \cdot 34 = 19\,584$ cm^2 = 1,9584 m^2
  De oppervlakte van de voorvleugel van de echte raceauto is ongeveer 2 m^2.
- **c** inhoud brandstoftank RB16B = $24^3 \cdot 10 = 138\,240$ ml = 138,24 l
  De inhoud van de brandstoftank van de echte raceauto is ongeveer 138 liter.
- **d** De bodemplaat van de echte raceauto maakt een hoek van 2° met het wegdek.

68
- **a** De afmetingen van de kleine melkwagen zijn 0,65 keer de afmetingen van de grote melkwagen, dus de inhoud van de kleine melkwagen is $0{,}65^3 = 0{,}274625$ keer de inhoud van de grote melkwagen.
  $\frac{1}{0{,}274625} = 3{,}64\ldots$, dus er zijn vier kleine melkwagens nodig om alle melk in over te pompen.
- **b** De tank van de grote melkwagen heeft de vorm van een cilinder met straal = 2,5 : 2 = 1,25 m = 12,5 dm en hoogte = 12 m = 120 dm.
  inhoud grote melkwagen = $\pi \cdot 12{,}5^2 \cdot 120 = 58\,904{,}8\ldots$ dm^3 = 58 904,8… l
  Het overpompen duurt $\frac{58\,904{,}8\ldots}{10} = 5890{,}4\ldots$ seconden.
  Dat is $\frac{5890{,}4\ldots}{3600} = 1{,}63\ldots$ uur, oftewel 1 uur en $0{,}63\ldots \cdot 60 \approx 38$ minuten.
  De totale wisseltijd is $3 \cdot 10 = 30$ minuten.
  Dus het overpompen is omstreeks 16:38 uur klaar.

69
- **a** $k = \frac{23}{18} = 1{,}27\ldots$
  Als emmer L per liter even duur zou zijn, dan kost emmer L $20 \cdot 1{,}27\ldots^3 = 41{,}72\ldots$ euro.
  Emmer L is per liter 15% voordeliger, dus kost $0{,}85 \cdot 41{,}72\ldots \approx 35{,}50$ euro.
- **b** $k = \frac{27}{18} = 1{,}5$
  Als emmer XL per liter even duur zou zijn, dan kost emmer XL $20 \cdot 1{,}5^3 = 67{,}50$ euro.
  Emmer XL kost daadwerkelijk 55 euro.
  $\frac{55 - 67{,}5}{67{,}5} \cdot 100\% \approx -18{,}5\%$, dus emmer XL is per liter 18,5% voordeliger.

Bladzijde 168

L8 inhoud II = $1{,}25^3 \cdot 45 \approx 88$ cm^3

70
- **a** $\sqrt[3]{8} = 2$ $\quad \sqrt[3]{1} = 1$
  $\sqrt[3]{27} = 3$ $\quad \sqrt[3]{1000} = 10$
- **b** $\sqrt[3]{17} \approx 2{,}57$ $\quad \sqrt[3]{875} \approx 9{,}56$
  $\sqrt[3]{84} \approx 4{,}38$ $\quad \sqrt[3]{0{,}86} \approx 0{,}95$

Bladzijde 169

71
- **a** $k^3 = \frac{\text{inhoud pan II}}{\text{inhoud pan I}} = \frac{2{,}4}{2{,}8} = 0{,}857\ldots$, dus $k = \sqrt[3]{0{,}857\ldots} \approx 0{,}95$.
- **b** opp. bodem II = $0{,}949\ldots^2 \cdot 141{,}3 \approx 127{,}5$ cm^2

72
- **a** $k^3 = \frac{\text{inhoud tent II}}{\text{inhoud tent I}} = \frac{3}{1{,}8} = 1{,}666\ldots$, dus $k = \sqrt[3]{1{,}666\ldots} \approx 1{,}2$.
- **b** opp. II = $1{,}185\ldots^2 \cdot 1{,}52 \approx 2{,}14$ m^2
  Dus in tent II is 2,14 m^2 tentdoek verwerkt.
- **c** hoogte II = $1{,}185\ldots \cdot 85 \approx 100{,}8$ cm

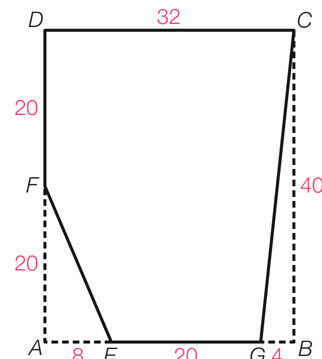
Bladzijde 170

73 **a** $k = \frac{48}{65} = 0{,}738\ldots$
gewicht kleinste pylon = $0{,}738\ldots^3 \cdot 750 \approx 302$ gram

b $k^3 = \frac{1150}{750} = 1{,}533\ldots$, dus $k = \sqrt[3]{1{,}533\ldots} = 1{,}153\ldots$
hoogte = $1{,}153\ldots \cdot 65 \approx 75$ cm

c $k^2 = \frac{450}{600} = 0{,}75$, dus $k = \sqrt{0{,}75} = 0{,}866\ldots$
gewicht = $0{,}866\ldots^3 \cdot 750 \approx 487$ gram

74 **a** Het complex heeft de vorm van een prisma.
Zie de schets van het grondvlak hiernaast.



opp. grondvlak = opp. $ABCD$ − opp. $\triangle AEF$ − opp. $\triangle BCG$
$= 32 \cdot 40 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 40 = 1120$ m^2
hoogte = 30 m
inhoud = $1120 \cdot 30 = 33\,600$ m^3
Dus de inhoud van complex II is 33 600 m^3.

b inhoud I = $\frac{1}{2}$ · inhoud II, dus $k^3 = \frac{1}{2}$ en $k = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0{,}793\ldots$
opp. stuk grond I = $0{,}793\ldots^2 \cdot 32 \cdot 40 \approx 806$ m^2
Dus de oppervlakte van het stuk grond dat nodig is voor de bouw van complex I is 806 m^2.

c De oppervlakte is 2 keer zo groot, dus $k = \sqrt{2}$.
inhoud III = $(\sqrt{2})^3 \cdot 33\,600 \approx 95\,035$ m^3

d De inhoud van complex I is twee keer zo klein als de inhoud van complex II, dus de inhoud van complex II is twee keer zo groot als de inhoud van complex I.
Dus complex II is een vergroting van complex I met $k^3 = 2$ en $k = \sqrt[3]{2}$.
Verder is complex III een vergroting van complex II met $k = \sqrt{2}$, zie vraag c.
Dus complex III is een vergroting van complex I met $k = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \approx 1{,}8$.

75 Voor de grootste kaars geldt $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \text{straal}^2 \cdot 15 = 405$
$5\pi \cdot \text{straal}^2 = 405$
$\text{straal}^2 = \frac{405}{5\pi} = 25{,}78\ldots$
$\text{straal} = \sqrt{25{,}78\ldots} = 5{,}07\ldots$

$k^3 = \frac{120}{405} = 0{,}296\ldots$, dus $k = \sqrt[3]{0{,}296\ldots} = 0{,}666\ldots$
De straal van het grondvlak van de kleinste kaars is $0{,}666\ldots \cdot 5{,}07\ldots \approx 3{,}4$ cm.

Bladzijde 171

76 **a** $2^2 = 4$ keer zo groot.

b Bij grote dieren is de verhouding gewicht : oppervlakte groter dan bij kleine dieren.
Ze moeten per oppervlakte-eenheid dus meer gewicht kunnen dragen.
Dus om hun grote gewicht te kunnen dragen, hebben grote dieren dikke poten.

c Bij grote dieren is de verhouding inhoud : oppervlakte groter dan bij kleine dieren.
Ze moeten dus naar verhouding meer warmte per oppervlakte-eenheid afvoeren.

d Door een gerimpelde huid en flaporen neemt hun lichaamsoppervlakte toe, waardoor ze naar verhouding minder warmte per oppervlakte-eenheid hoeven af te voeren.
Olifanten hebben dus een gerimpelde huid en flaporen om hun lichaamswarmte beter af te kunnen voeren.

e Omdat ze zo zwaar zijn dat ze op het land hun eigen gewicht niet zouden kunnen dragen, en omdat ze zo groot zijn dat ze hun lichaamswarmte niet goed afgevoerd zouden krijgen.

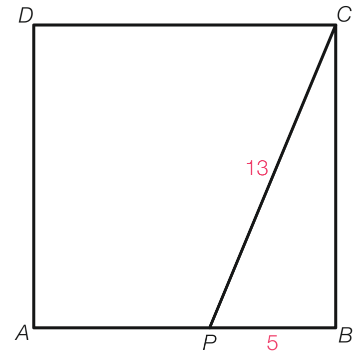
f Kleine (warmbloedige) dieren hebben verhoudingsgewijs een grote huidoppervlakte, dus veel afkoeling. Kleine dieren moeten verhoudingsgewijs dus veel eten om hun lichaamstemperatuur op peil te houden.

L9 $k^3 = \frac{\text{inhoud emmer II}}{\text{inhoud emmer I}} = \frac{45}{30} = 1{,}5$, dus $k = \sqrt[3]{1{,}5} \approx 1{,}14$.

Gemengde opgaven

Bladzijde 172

1 Zie de schets hiernaast.
$\angle B = 90°$, dus $BP^2 + BC^2 = CP^2$
$5^2 + BC^2 = 13^2$
$BC^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
$BC = \sqrt{144} = 12$
$AP = 12 - 5 = 7$
opp. grondvlak = opp. $APCD = \frac{1}{2}(7 + 12) \cdot 12 = 114$ cm^2
hoogte piramide = 12 cm
inhoud $= \frac{1}{3} \cdot 114 \cdot 12 = 456$ cm^3

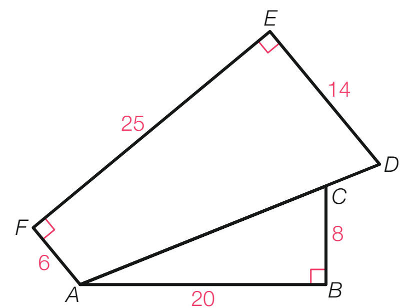


2 Heeft de cilinder een hoogte van 6 cm, dan geldt
inhoud cilinder $= \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 75{,}39\ldots$ cm^3.
Heeft de cilinder een hoogte van 5 cm, dan geldt
inhoud cilinder $= \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 62{,}83\ldots$ cm^3.
Heeft de cilinder een hoogte van 4 cm, dan geldt
inhoud cilinder $= \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4 = 78{,}53\ldots$ cm^3.
Dus de grootst mogelijke inhoud is 78,5 cm^3.

3 **a** Zie de schets van het grondvlak hiernaast.
opp. grondvlak = opp. $\triangle ABC$ + opp. $ADEF$
$= \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 8 + \frac{1}{2}(14 + 6) \cdot 25 = 330$ cm^2
hoogte prisma = 12 cm
inhoud $= 330 \cdot 12 = 3960$ cm^3
Dus de inhoud van het blok is 3,96 dm^3.

b Het blok bestaat uit $0{,}95 \cdot 3{,}96 = 3{,}762$ dm^3 hout.
1200 kg per m^3 = 1,2 kg per dm^3
Dus het messenblok is $3{,}762 \cdot 1{,}2 \approx 4{,}5$ kg.

c $k = \frac{1}{2}$
Het kleinere messenblok weegt $(\frac{1}{2})^3 \cdot 4{,}5144 = 0{,}5643$ kg ≈ 564 gram.



4 straal = 50 : 2 = 25 cm = 2,5 dm
hoogte = 70 cm = 7 dm
inhoud $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 7 = 45{,}81\ldots$ dm^3 = 45,81… l
Er zit $0{,}75 \cdot 45{,}81\ldots = 34{,}36\ldots$ liter water in de emmer als hij kantelt.
Dus het vullen duurt $34{,}36\ldots : 2 \approx 17$ seconden tot de emmer kantelt.

5 Bij kantelen zit er $40 \cdot 3 = 120$ liter in de emmer.
straal = 50 : 2 = 25 cm = 2,5 dm
hoogte = 75 cm = 7,5 dm
inhoud $= \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 7{,}5 = 147{,}2\ldots$ dm^3 = 147,2… l
De emmer is voor $\frac{120}{147{,}2\ldots} \cdot 100\% \approx 81{,}5\%$ gevuld als hij kantelt.

Bladzijde 173

6 **a** De inhoud van de kegelvormige waterkolom is 75% van de inhoud van de kegelvormige emmer, dus $k^3 = 0{,}75$ en dit geeft $k = \sqrt[3]{0{,}75} = 0{,}908\ldots$
hoogte kegelvormige waterkolom $= 0{,}908\ldots \cdot 70 = 63{,}59\ldots$ cm
Dus het water staat $70 - 63{,}59\ldots \approx 6{,}4$ cm onder de rand op het moment dat de emmer kantelt.

b Als de emmer voor 80% gevuld is, staat het water $0{,}8 \cdot 75 = 60$ cm hoog.
Als de emmer kantelt, zit er $40 \cdot 3 = 120$ liter = 120 000 cm^3 water in.
Er geldt $\pi \cdot \text{straal}^2 \cdot 60 = 120\,000$
$\text{straal}^2 = \frac{120\,000}{60\pi} = 636{,}6\ldots$
$\text{straal} = \sqrt{636{,}6\ldots} = 25{,}2\ldots$
Dus de diameter van de emmer is $2 \cdot 25{,}2\ldots \approx 50$ cm.

7 **a** $k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{25}{20} = 1{,}25$

opp. voet II $= 1{,}25^2 \cdot 50 \approx 78$ cm^2

b inhoud glas II $= 1{,}25^3 \cdot 20 \approx 39$ cl

c $k^2 = \frac{\text{opp. voet III}}{\text{opp. voet I}} = \frac{110}{50} = 2{,}2$, dus $k = \sqrt{2{,}2} = 1{,}48\ldots$

inhoud glas III $= 1{,}48\ldots^3 \cdot 20 \approx 65$ cl

8 **a** $k^3 = \frac{\text{gewicht B}}{\text{gewicht A}} = \frac{540}{150} = 3{,}6$, dus $k = \sqrt[3]{3{,}6} = 1{,}53\ldots$

lengte B $= 1{,}53\ldots \cdot 8 \approx 12{,}3$ cm

b Voor doos B is $1{,}53\ldots^2 \approx 2{,}3$ keer zoveel karton nodig als voor doos A.

c $k^2 = 10$, dus $k = \sqrt{10} = 3{,}16\ldots$

In doos C gaat $3{,}16\ldots^3 \cdot 150 = 4743{,}4\ldots$ gram $\approx 4{,}7$ kg drop.

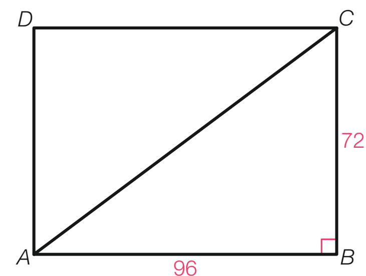
9 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$96^2 + 72^2 = AC^2$

$AC^2 = 14\,400$

$AC = \sqrt{14\,400} = 120$



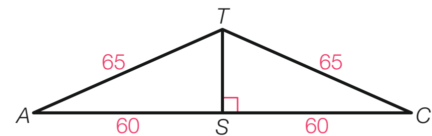
Zie de schets hiernaast.

In $\triangle AST$ is $\angle S = 90°$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$

$60^2 + ST^2 = 65^2$

$ST^2 = 65^2 - 60^2 = 625$

$ST = \sqrt{625} = 25$



opp. grondvlak $T\,ABCD = 96 \cdot 72 = 6912$ cm^2

hoogte $T\,ABCD = 25$ cm

inhoud $T\,ABCD = \frac{1}{3} \cdot 6912 \cdot 25 = 57\,600$ cm^3 $= 57{,}6$ dm^3 $= 57{,}6$ l

$k^3 = \frac{100}{57{,}6} = 1{,}736\ldots$, dus $k = \sqrt[3]{1{,}736\ldots} \approx 1{,}2$.

10 straal $= 40 : 2 = 20$ cm

opp. grondvlak $= \pi \cdot 20^2 = 400\pi$ cm^2

omtrek grondvlak $= 40\pi$ cm

inhoud $= 135$ l $= 135\,000$ cm^3

Er geldt $\pi \cdot 20^2 \cdot \text{hoogte} = 135\,000$

$400\pi \cdot \text{hoogte} = 135\,000$

$\text{hoogte} = \frac{135\,000}{400\pi}$

opp. cilindermantel $= 40\pi \cdot \frac{135\,000}{400\pi} = 13\,500$ cm^2

De oppervlakte van de grootste bak is $400\pi + 13\,500$ cm^2.

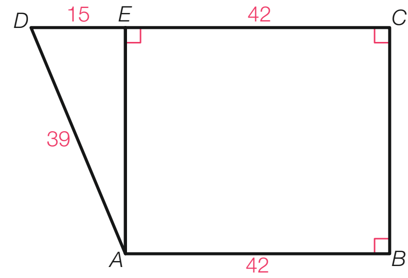
$k^3 = \frac{40}{135} = 0{,}296\ldots$, dus $k = \sqrt[3]{0{,}296\ldots} = 0{,}666\ldots$

Dus de oppervlakte van de kleine bak is $0{,}666\ldots^2 \cdot (400\pi + 13\,500) \approx 6559$ cm^2.

Diagnostische toets

Bladzijde 176

1 Zie de schets van het grondvlak hiernaast.
In $\triangle ADE$ is $\angle E = 90°$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$
$AE^2 + 15^2 = 39^2$
$AE^2 = 39^2 - 15^2 = 1296$
$AE = \sqrt{1296} = 36$
opp. grondvlak $= \frac{1}{2}(57 + 42) \cdot 36 = 1782$ cm^2
hoogte prisma = 78 cm
inhoud $= 1782 \cdot 78 = 138\,996$ cm^3 $= 138{,}996$ dm^3
Dus de inhoud van de bak is 139 liter.



2 straal grote cilinder = 30 : 2 = 15 mm = 1,5 cm
straal kleine cilinder = 25 : 2 = 12,5 mm = 1,25 cm
hoogte cilinders = 12 m = 1200 cm
inhoud buis = inhoud grote cilinder − inhoud kleine cilinder
$= \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 1200 - \pi \cdot 1{,}25^2 \cdot 1200 = 2591{,}8\ldots$ cm^3
gewicht $= 2591{,}8\ldots \cdot 2{,}72 = 7049{,}7\ldots$ gram
Dus de metalen buis weegt ongeveer 7 kg.

3 **a** opp. grondvlak = 0,04 ha = 400 m^2
hoogte = 12 m
inhoud $= \frac{1}{3} \cdot 400 \cdot 12 = 1600$ m^3

b Er geldt $\frac{1}{3} \cdot$ opp. grondvlak $\cdot\, 7{,}5 = 400$
$2{,}5 \cdot$ opp. grondvlak $= 400$
opp. grondvlak = 160
De drie kleine piramides nemen samen $3 \cdot 160 = 480$ m^2 grond in beslag.

4 straal = 56 : 2 = 28 cm = 2,8 dm
hoogte = 40 cm = 4 dm
inhoud $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}8^2 \cdot 4 = 32{,}8\ldots$ dm^3
Dus er zit $0{,}8 \cdot 32{,}8\ldots \cdot 1{,}5 \approx 39{,}4$ kg zand in de schaal.

Bladzijde 177

5 **a** Meten geeft hoogte I = 1,6 cm en hoogte II = 2,1 cm.
Dus $k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{2{,}1}{1{,}6} \approx 1{,}3$.
Meten geeft hoogte III = 2,7 cm.
Dus $k = \frac{\text{hoogte III}}{\text{hoogte I}} = \frac{2{,}7}{1{,}6} \approx 1{,}7$.

b werkelijke hoogte II $= 1{,}3125 \cdot 18{,}6 \approx 24{,}4$ cm
werkelijke hoogte III $= 1{,}6875 \cdot 18{,}6 \approx 31{,}4$ cm

6 **a** opp. III $= 1{,}4^2 \cdot 1{,}2 \approx 2{,}4$ m^2

b $k^2 = \frac{\text{opp. I}}{\text{opp. II}} = \frac{0{,}84}{1{,}2} = 0{,}7$, dus $k = \sqrt{0{,}7} \approx 0{,}84$.

7 **a** Zie de figuur hiernaast.
Meten geeft $AB = 2{,}8$ cm en $A'B' = 3{,}6$ cm.
Dus $k = \frac{3{,}6}{2{,}8} = 1{,}28\ldots$
inhoud II $= 1{,}28\ldots^3 \cdot 0{,}75 \approx 1{,}6$ l

b Meten geeft $A''B'' = 2{,}4$ cm.
Dus $k = \frac{2{,}4}{2{,}8} = 0{,}85\ldots$
inhoud III $= 0{,}85\ldots^3 \cdot 0{,}75 \approx 0{,}5$ l



8 **a** $k^3 = \frac{\text{inhoud IV}}{\text{inhoud I}} = \frac{2}{0{,}75} = 2{,}666\ldots$, dus $k = \sqrt[3]{2{,}666\ldots} \approx 1{,}39$.

b opp. IV $= 1{,}38\ldots^2 \cdot 550 \approx 1060$ cm^2

Herhaling

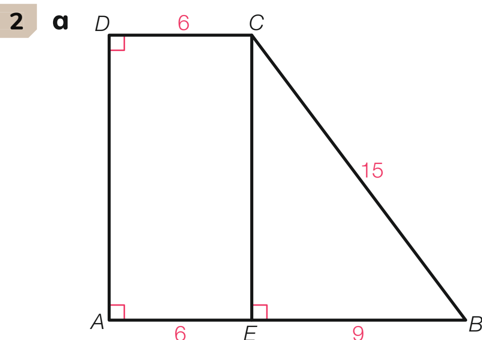
Bladzijde 178

1 **a** $\triangle PQR$ is een rechthoekige driehoek.
opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$ cm^2

b hoogte prisma = 3 cm

c inhoud prisma $= 12 \cdot 3 = 36$ cm^3

2 **a**



b In $\triangle BCE$ is $\angle E = 90°$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$
$9^2 + CE^2 = 15^2$
$CE^2 = 15^2 - 9^2 = 144$
$CE = \sqrt{144} = 12$ m

c opp. $ABCD = \frac{1}{2}(6 + 15) \cdot 12 = 126$ m^2

d hoogte prisma = 9 m

e inhoud prisma $= 126 \cdot 9 = 1134$ m^3
Dus de inhoud van het huis is 1134 m^3.

3 **a** straal grote cilinder = 8 : 2 = 4 cm
straal kleine cilinder = 5 : 2 = 2,5 cm
hoogte cilinders = 8 m = 800 cm
inhoud buis = inhoud grote cilinder − inhoud kleine cilinder
$= \pi \cdot 4^2 \cdot 800 - \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 800 \approx 24\,504$ cm^3
Dus de buis bestaat uit 24 504 cm^3 staal.

b De stalen buis weegt $24\,504{,}4\ldots \cdot 7{,}85 = 192\,359{,}7\ldots$ gram ≈ 192 kg.

c straal grote cilinder = 7 : 2 = 3,5 cm
straal kleine cilinder = 6 : 2 = 3 cm
hoogte cilinders = 2 m = 200 cm
inhoud buis = inhoud grote cilinder − inhoud kleine cilinder
$= \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 200 - \pi \cdot 3^2 \cdot 200 = 2042{,}0\ldots$ cm^3
De buis weegt $2042{,}0\ldots \cdot 8{,}93 = 18\,235{,}3\ldots$ gram ≈ 18,2 kg.

Bladzijde 179

4 **a** opp. grondvlak $= 4{,}5 \cdot 2{,}5 = 11{,}25$ cm^2
hoogte = 3 cm
inhoud $= \frac{1}{3} \cdot 11{,}25 \cdot 3 = 11{,}25$ cm^3

b Er geldt $\frac{1}{3} \cdot$ opp. grondvlak $\cdot 9 = 432$
$3 \cdot$ opp. grondvlak $= 432$
opp. grondvlak = 144
$\sqrt{144} = 12$, dus het grondvlak is 12 bij 12 cm.

c opp. grondvlak = $15 \cdot 18 = 270$ cm^2
Er geldt $\frac{1}{3} \cdot 270 \cdot \text{hoogte} = 1890$
$90 \cdot \text{hoogte} = 1890$
$\text{hoogte} = 21$
Dus de hoogte is 21 cm.

5 **a** straal grondvlak = $18 : 2 = 9$ cm
b inhoud = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9^2 \cdot 42 \approx 3563$ cm^3

6 **a** straal grondvlak = $8{,}5 : 2 = 4{,}25$ cm
inhoud = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4{,}25^2 \cdot 20{,}5 \approx 388$ cm^3
b gewicht kaars = $387{,}7\ldots \cdot 0{,}9 \approx 349$ gram
c brandduur = $348{,}9\ldots : 9{,}5 \approx 37$ uur

7 **a** Meten geeft hoogte I = 18 mm en hoogte II = 25 mm.
Dus $k = \frac{25}{18} = 1{,}38\ldots \approx 1{,}4$.
Meten geeft hoogte III = 34 mm.
Dus $k = \frac{34}{18} = 1{,}88\ldots \approx 1{,}9$.
b werkelijke hoogte II = $1{,}38\ldots \cdot 23 \approx 32$ cm
werkelijke hoogte III = $1{,}88\ldots \cdot 23 \approx 43$ cm

Bladzijde 180

8 **a** Meten geeft breedte I = 29 mm en breedte II = 52 mm.
Dus $k = \frac{52}{29} = 1{,}79\ldots \approx 1{,}8$.
b De oppervlakte van logo II is $1{,}79\ldots^2 \cdot 1{,}2 \approx 3{,}9$ cm^2.
c opp. III = $3{,}4^2 \cdot 1{,}2 \approx 13{,}9$ cm^2
d De oppervlakte van logo IV is $\frac{11{,}25}{1{,}2}$ keer de oppervlakte van logo I,
dus de vergrotingsfactor k is $\sqrt{\frac{11{,}25}{1{,}2}} \approx 3{,}1$.
e $k^2 = \frac{\text{opp. V}}{\text{opp. I}} = \frac{3{,}9}{1{,}2}$, dus $k = \sqrt{\frac{3{,}9}{1{,}2}} \approx 1{,}8$.

9 **a** $4{,}6$ m^2 = 460 dm^2
opp. III = $1{,}36^2 \cdot 460 \approx 851$ dm^2
b $k^2 = \frac{10{,}35}{4{,}6} = 2{,}25$, dus $k = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$.
c $k^2 = \frac{2{,}944}{4{,}6} = 0{,}64$, dus $k = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$.

Bladzijde 181

10 **a** Meten geeft hoogte I = 12 mm en hoogte II = 22 mm.
Dus $k = \frac{22}{12} = 1{,}83\ldots \approx 1{,}8$.
b inhoud II = $1{,}83\ldots^3 \cdot 2 \approx 12{,}3$ l
c inhoud III = $0{,}8^3 \cdot 2 \approx 1{,}0$ l

11 **a** $k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{153}{90} = 1{,}7$
b inhoud II = $1{,}7^3 \cdot 300 \approx 1474$ l
c $k = \frac{\text{hoogte III}}{\text{hoogte I}} = \frac{72}{90} = 0{,}8$
inhoud III = $0{,}8^3 \cdot 300 \approx 154$ l

12 **a** $k^3 = 7$, dus $k = \sqrt[3]{7} \approx 1{,}91$.
b $k^3 = 0{,}3$, dus $k = \sqrt[3]{0{,}3} \approx 0{,}67$.
c $k^3 = 2$, dus $k = \sqrt[3]{2} \approx 1{,}26$.
d $k^3 = \frac{\text{inhoud III}}{\text{inhoud I}} = \frac{432}{250} = 1{,}728$, dus $k = \sqrt[3]{1{,}728} = 1{,}2$.
e opp. III $= 1{,}2^2 \cdot 800 = 1152$ dm^2

Onderzoek Zelfgelijkvormigheid

Bladzijde 182

1 **a**, **b**, **c**, **d**
*

2 *

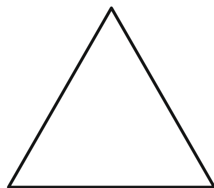
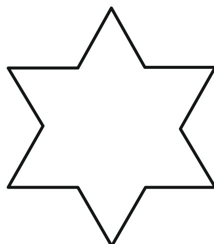
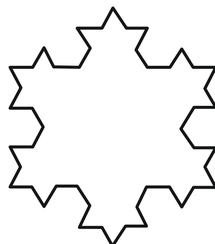
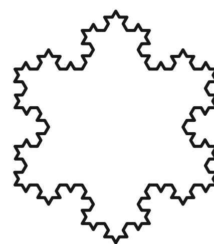
Bladzijde 183

3 **a**, **b**
*

4 **a** *
b *
c Ja, er is sprake van zelfgelijkvormigheid. De gelijkzijdige witte driehoek met daarin de gele driehoek met de punt naar beneden komt in steeds kleiner formaat in de figuur terug. De vergrotingsfactor is $\frac{1}{2}$.
d Je hebt te maken met machten van 3.
stap 2: $3^2 = 9$ witte driehoeken
stap 6: $3^6 = 729$ witte driehoeken
stap n: 3^n witte driehoeken

5 Teken een vierkant met zijden van 18 cm.
Teken zowel horizontaal als verticaal lijnen evenwijdig met de zijden van het vierkant, waarbij de afstand tussen de lijnen $\frac{1}{3}$ keer de lengte van de zijde van het witte vierkant is.
Kleur het vierkant dat in het midden ontstaat geel.
Teken in elke wit vierkant zowel horizontaal als verticaal lijnen evenwijdig met de zijden van zo'n wit vierkant, waarbij de afstand tussen de lijnen $\frac{1}{3}$ keer de lengte van de zijde van het witte vierkant is.
Enzovoort.

6 *

Algemene vaardigheden

Bladzijde 184

1 Dat kan het getal 8 of het getal -9 zijn, want $8 + 8^2 = 8 + 64 = 72$ en
$-9 + (-9)^2 = -9 + 81 = 72$.

Bladzijde 185

2 Stel dat de leeftijd van de zoon nu x jaar is.
Dan is de vader nu $3x$ jaar.
Over 15 jaar is de vader $3x + 15$ jaar en de zoon $x + 15$ jaar.
De vader is dan twee keer zo oud als zijn zoon.
Dus los op $3x + 15 = 2(x + 15)$
$3x + 15 = 2x + 30$
$x + 15 = 30$
$x = 15$
De zoon is nu 15 jaar oud.

3 Stel dat de leeftijd van Jacco nu x jaar is.
Dan is Marleen nu $x + 3$ jaar.
42 jaar geleden was Marleen $x + 3 - 42 = x - 39$ jaar en Jacco $x - 42$ jaar.
Marleen was toen anderhalf keer zo oud als Jacco.
Dus los op $x - 39 = 1\frac{1}{2}(x - 42)$
$x - 39 = 1\frac{1}{2}x - 63$
$-\frac{1}{2}x - 39 = -63$
$-\frac{1}{2}x = -24$
$x = 48$
Jacco is nu 48 jaar.

4 Stel dat de leeftijd van opa x jaar is.
De zoon is dan $x - 28$ jaar en de kleinzoon is dan $x - 28 - 30 = x - 58$ jaar.
Dus los op $x + x - 58 = 150$
$2x - 58 = 150$
$2x = 208$
$x = 104$
Dus opa is 104 jaar oud.

5 Stel dat Antoinette de eerste dag x km aflegt.
Dan legt ze in totaal $x + x + 0{,}5 + x + 1 + x + 1{,}5 + x + 2 + x + 2{,}5 + x + 3 + x + 3{,}5 = 8x + 14$ km af.
Dus los op $8x + 14 = 154$
$8x = 140$
$x = 17{,}5$
Dus de eerste dag legt Antoinette 17,5 km af.

6 **a** Stel dat het kleinste getal x is.
Dan zijn de volgende twee getallen $x + 1$ en $x + 2$.
Dus los op $x + x + 1 + x + 2 = 141$
$3x + 3 = 141$
$3x = 138$
$x = 46$
Dus Xandra had de getallen 46, 47 en 48 in gedachten.

b Stel dat het kleinste even getal x is.
Dan zijn de volgende twee even getallen $x + 2$ en $x + 4$.
Dus los op $x + x + 2 + x + 4 = 462$
$3x + 6 = 462$
$3x = 456$
$x = 152$
Dus Aral had de getallen 152, 154 en 156 in gedachten.

7 **a** Stel dat het kleinste getal x is.
Dan krijg je $x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3$.
$3x + 3 = 3(x + 1)$, dus $3x + 3$ is deelbaar door 3.
Dus de som van drie opeenvolgende gehele getallen is deelbaar door 3.

b Stel dat het kleinste even getal x is.
Dan krijg je $x + x + 2 + x + 4 + x + 6 = 4x + 12$.
$4x + 12 = 4(x + 3)$, dus $4x + 12$ is deelbaar door 4.
Dus de som van vier opeenvolgende even getallen is deelbaar door 4.

c Stel dat het kleinste oneven getal x is.
Dan krijg je $x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + x + 8 = 5x + 20$.
$5x + 20 = 5(x + 4)$, dus $5x + 20$ is deelbaar door 5.
Dus de som van vijf opeenvolgende even getallen is deelbaar door 5.

8 Stel dat het aantal treden dat hij moet lopen als de roltrap stilstaat x is.
Thomas hoeft bij zijn normale snelheid $x - 14$ treden niet te lopen.
Samen met zijn moeder hoeft hij $x - 11$ treden niet te lopen.
Zijn normale snelheid is twee keer zo groot, dus dan hoeft hij twee keer zoveel treden niet te lopen.
Dus los op $2(x - 14) = x - 11$
$2x - 28 = x - 11$
$x - 28 = -11$
$x = 17$
Dus Thomas moet 17 treden lopen als de roltrap stilstaat.

9 Stel dat de lengte van de zijde x meter is.
Dan wordt de nieuwe lengte $x + 8$ meter en de nieuwe breedte $x - 7$ meter.
De oppervlakte blijft gelijk.
Dus los op $(x + 8)(x - 7) = x^2$
$x^2 - 7x + 8x - 56 = x^2$
$x^2 + x - 56 = x^2$
$x - 56 = 0$
$x = 56$
De afmetingen van het vierkante grasveld zijn 56 bij 56 meter.

Bladzijde 186

10 Stel dat het getal dat Fer in gedachten heeft x is.
Dus los op $(x - 4)^2 = x + 8$
$(x - 4)(x - 4) = x + 8$
$x^2 - 4x - 4x + 16 = x + 8$
$x^2 - 8x + 16 = x + 8$
$x^2 - 9x + 16 = 8$
$x^2 - 9x + 8 = 0$
$(x - 1)(x - 8) = 0$
$x - 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
$x = 1 \vee x = 8$
Fer heeft het getal 1 of 8 in gedachten.

11 Stel dat de lengte van de schuine zijde x cm is.
De kortste zijde is dan $x - 8$ cm en de andere zijde is dan $x - 1$ cm.
Pas nu de stelling van Pythagoras toe.
Dus los op $(x - 8)^2 + (x - 1)^2 = x^2$
$(x - 8)(x - 8) + (x - 1)(x - 1) = x^2$
$x^2 - 8x - 8x + 64 + x^2 - x - x + 1 = x^2$
$2x^2 - 18x + 65 = x^2$
$x^2 - 18x + 65 = 0$
$(x - 5)(x - 13) = 0$
$x - 5 = 0 \vee x - 13 = 0$
$x = 5 \vee x = 13$
De schuine zijde kan niet 5 cm zijn, want dan zou de kortste zijde $5 - 8 = -3$ cm zijn.
Dus de schuine zijde is 13 cm.

12 Stel dat de boom op een hoogte van x meter geknakt is.
Het schuine stuk van de boom is dan $10 - x$ meter.
Pas nu de stelling van Pythagoras toe.
Dus los op $6^2 + x^2 = (10 - x)^2$

$6^2 + x^2 = (10 - x)(10 - x)$
$36 + x^2 = 100 - 10x - 10x + x^2$
$36 + x^2 = 100 - 20x + x^2$
$36 = 100 - 20x$
$20x + 36 = 100$
$20x = 64$
$x = 3{,}2$

De boom is op een hoogte van 3,2 meter geknakt.

13 Stel dat het kleinste van de twee getallen x is.
Het verschil is 10, dus het grootste getal is $x + 10$.
Dus los op $x(x + 10) = 56$

$x^2 + 10x = 56$
$x^2 + 10x - 56 = 0$
$(x - 4)(x + 14) = 0$
$x - 4 = 0 \vee x + 14 = 0$
$x = 4 \vee x = -14$

Bij kleinste getal 4 hadden ze $4 + 14 = 18$ moeten krijgen.
Bij kleinste getal -14 hadden ze $-14 + -4 = -18$ moeten krijgen.

14 Stel dat de lengte van de rietstengel x meter is.
Dan is het stuk van de rietstengel dat (rechtop) onder water zit $x - 1$ meter.
Pas nu de stelling van Pythagoras toe.

$(x - 1)^2 + 2^2 = x^2$
$(x - 1)(x - 1) + 2^2 = x^2$
$x^2 - x - x + 1 + 4 = x^2$
$x^2 - 2x + 5 = x^2$
$-2x + 5 = 0$
$-2x = -5$
$x = 2{,}5$

De rietstengel is 2,5 meter lang.

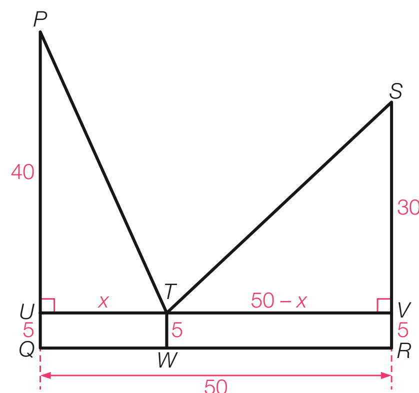
15 Zie de schets hiernaast.
Stel dat $TU = x$ meter.
Dan is $TV = 50 - x$ meter.
$PU = 45 - 5 = 40$ meter en $SV = 35 - 5 = 30$ meter.
Pas de stelling van Pythagoras toe.
Je krijgt $PT^2 = x^2 + 40^2 = x^2 + 1600$ en

$ST^2 = (50 - x)^2 + 30^2$
$= (50 - x)(50 - x) + 30^2$
$= 2500 - 50x - 50x + x^2 + 900$
$= x^2 - 100x + 3400$

Omdat de vogels even snel vliegen en tegelijkertijd aankomen,
geldt $PT = ST$ en dus ook $PT^2 = ST^2$.
Dus los op $x^2 + 1600 = x^2 - 100x + 3400$

$1600 = -100x + 3400$
$100x + 1600 = 3400$
$100x = 1800$
$x = 18$

Dus de boom staat op 18 meter van toren A.



Verantwoording

Beeld
Illustraties: Richard van de Pol, Tilburg; Oscar Casander, Arnhem
Technisch tekenwerk: Integra Software Services, India

Foto's
Shutterstock: p. 101 (3x), 102, 103 (2x), 110

Colofon
Omslagontwerp: Shootmedia, Groningen
Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers grafisch ontwerp, Sappemeer
Lay-out: Integra Software Services

Klimaatneutraal
Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



0 / 23